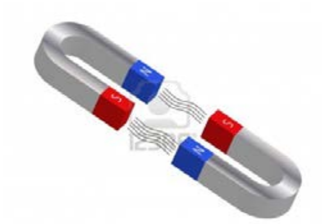
Teoria Professionale

Elettrotecnica per il 2^ anno

A cura del Prof. Valerio Zavagno

Sommario

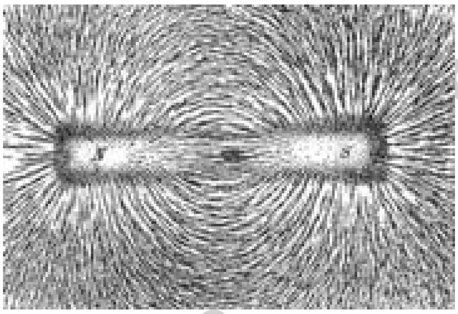
1 Effetti elettromagnetici

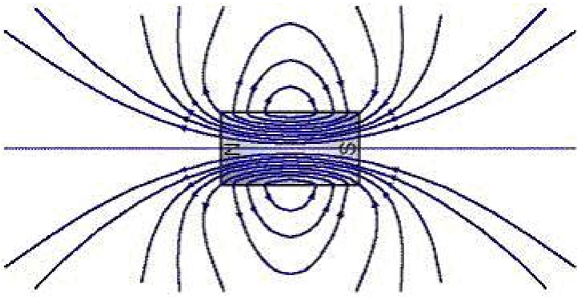


In natura esiste un particolare minerale, chiamato **magnetite**, che ha la caratteristica di attirare a sé altri materiali, come ad esempio il ferro. L'uomo, in qualche modo, è riuscito a riprodurre le proprietà della magnetite su altri materiali (i cosiddetti magneti artificiali o **calamite**). E' esperienza comune conoscere le calamite: questi "oggetti" hanno due poli (nord e sud) ed è a tutti noto che i poli opposti si attraggono e quelli uguali si respingono.

Altra proprietà importante dei magneti è quella di mantenere la loro polarità: se si divide a metà una calamita, ciascuna delle due metà presenterà un polo nord e un polo sud; dividendo ancora a metà ciascuno dei "pezzi" ottenuti da una precedente divisione, ancora si avranno due metà ciascuna con un polo nord e un polo sud.

Ogni magnete, nello spazio attorno a sé, eserciterà il suo effetto. Tale effetto si manifesta come se ci fosse una "forza" che attira o respinge i corpi metallici che stanno lì vicino. Ciascun percorso (indicato con una freccia) su cui agisce questa forza invisibile, si chiama **linea di forza**. Le linee di forza escono dal polo nord ed entrano nel polo sud, come rappresentato nell'immagine qui sotto a destra.



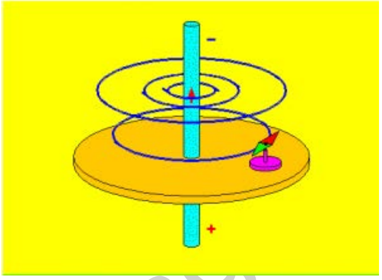


Nell'immagine qui sopra a sinistra, sono mostrate delle linee di forza che agiscono su della limatura di ferro, orientando i piccoli frammenti nel verso delle linee di forza.

L'insieme di tutte le linee di forza si chiama **campo magnetico**, ed è tanto più forte quanto più grande è la calamita e quanto più ci si avvicina ad essa.

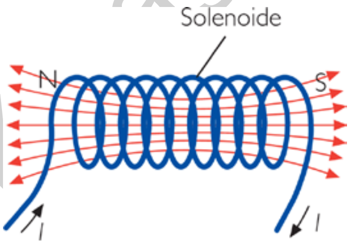
1.1 L'elettromagnetismo

Nel 1820 il fisico danese Oersted scoprì che l'ago magnetico di una bussola, posto parallelamente ad un conduttore elettrico, devia bruscamente in modo da disporsi quasi perpendicolarmente al cavo stesso, non appena nel cavo si fa passare della corrente elettrica continua. Questo fenomeno dimostra che la corrente elettrica è in grado di creare un **campo magnetico**. Oersted si accorse anche che, invertendo il verso della corrente, anche l'ago della bussola inverte la sua rotazione.

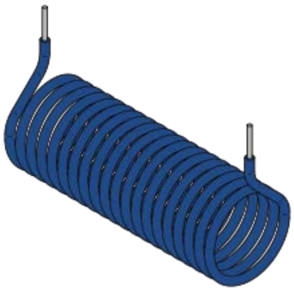


Si deduce che: **la corrente che attraversa il conduttore genera un campo magnetico** capace di influenzare l'ago della bussola; **l'intensità del campo magnetico è proporzionale all'intensità di corrente elettrica e inversamente proporzionale alla distanza tra il conduttore e la bussola**.

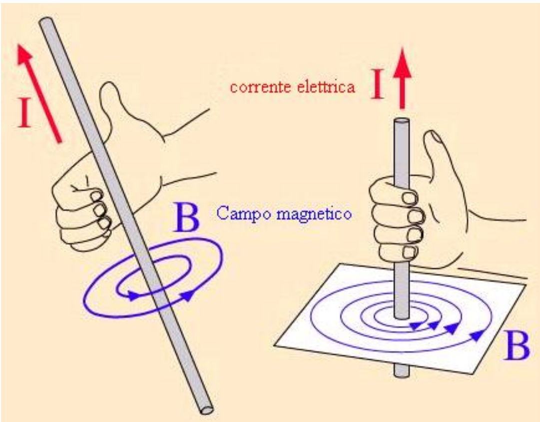
Questo fenomeno si chiama **elettromagnetismo**.



Immaginiamo ora di avvolgere un conduttore su un supporto cilindrico (ad esempio il filo da cucire avvolto attorno al rocchetto di plastica…). Ogni volta che il conduttore compie un giro sul supporto, avremo realizzato una **spira**; l'insieme di tutte le spire sul supporto si chiama **solenoide**. L'effetto magnetico prodotto dalla corrente che attraversa il solenoide, è amplificato dal numero di spire. Se all'interno della spirale si mette una barretta di ferro dolce, tutto l'apparato diventa una **elettrocalamita**. L'intensità del campo magnetico prodotto dall'elettrocalamita dipende:



- Direttamente dall'intensità della corrente;
- Direttamente dal numero di spire;
- Inversamente dalla lunghezza del solenoide.



Le linee di forza del campo elettromagnetico si dispongono in cerchi concentrici che originano dal conduttore. Il verso delle linee di forza si ricava con la **regola della mano destra,** cioè mettendo il pollice nel verso della corrente, le altre quattro dita indicano il verso di percorrenza delle linee di forza.

L'intensità del campo magnetico, anche detta **forza magnetica**, si indica con la lettera **H** e si calcola con la formula:

$$H = \frac{I \cdot N}{l}$$

dove: H è l'intensità del campo magnetico, e si misura in **amperspire su metro** $\left[\frac{Asp}{m}\right]$;

I è l'intensità di corrente elettrica che attraversa il conduttore;
N è il numero di spire del solenoide;
l è la lunghezza del solenoide.

1.2 Permeabilità magnetica

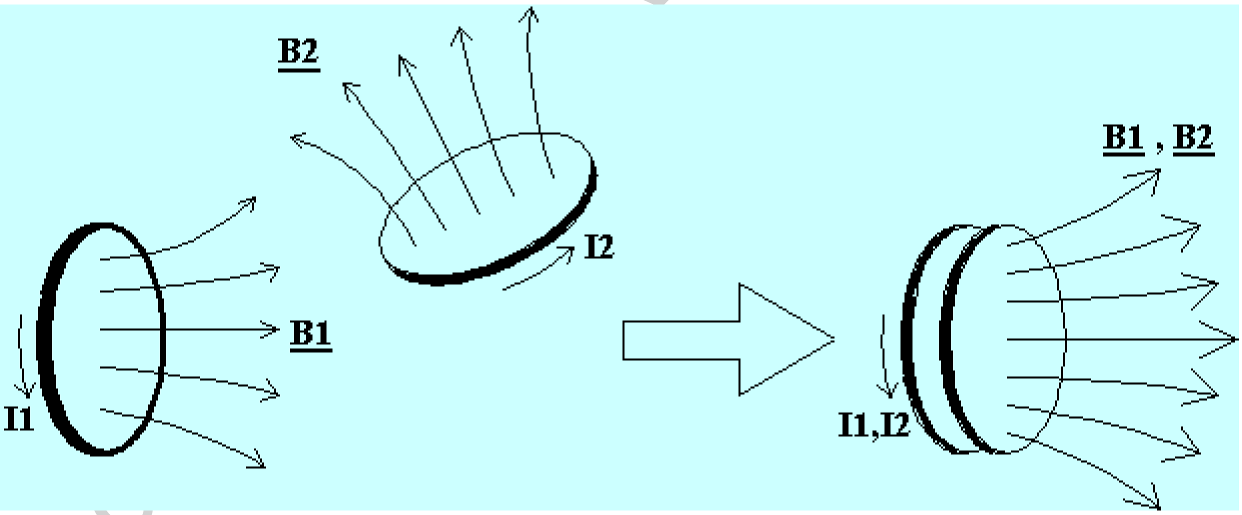
Così come avviene per la corrente elettrica o per il calore, i diversi materiali hanno comportamenti diversi rispetto al campo magnetico a seconda delle loro caratteristiche. Alcuni materiali si lasciano attraversare facilmente da un campo magnetico, altri oppongono molta resistenza, altri ancora una via di mezzo. L'attitudine di farsi attraversare da un campo magnetico, è indicata da un parametro che si chiama **permeabilità magnetica** e si misura in **henry su metro** $\left[\frac{H}{m}\right]$; questo parametro si indica con la lettera greca **μ** (mu oppure mi).

1.3 Flusso magnetico

Definiamo **vettore di induzione magnetica** e lo indichiamo con la lettera **B**, il prodotto tra la forza magnetica H e la permeabilità della sostanza μ: $B = H \cdot \mu$

Il vettore di induzione magnetica si misura in **weber al metro quadrato** $\left[\frac{Wb}{m^2}\right]$.

Il flusso magnetico generato dal solenoide è uguale al prodotto tra il vettore induzione B e la sezione su cui tale vettore agisce: $\Phi = B \cdot S$
Il flusso magnetico si misura in **weber** $[Wb]$.



1.4 Induzione elettromagnetica

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica avviene quando un magnete si muove all'interno di un solenoide, generando in esso una corrente elettrica; oppure quando una corrente elettrica scorre attraverso un solenoide generando un campo magnetico su un materiale che ne era privo.
Tanto più rapidamente si muove il magnete, tanto maggiore sarà la forza elettromotrice indotta ai capi del solenoide.

1.5 Legge di Lenz e correnti di Foucault

Un magnete che scorre all'interno di un solenoide provoca il passaggio di una corrente nel solenoide stesso; questa corrente, a sua volta, genera un campo magnetico che tende ad opporsi al campo che lo ha generato.
La legge di Lenz afferma appunto che: tutte le correnti indotte in un circuito hanno sempre un verso tale da contrastare il movimento grazie al quale sono state generate.
La legge di Lenz vale per tutti i conduttori, non solo per i solenoidi; anche un pezzo di ferro (che è un conduttore elettrico) sottoposto ad un campo magnetico variabile, vedrà nascere al suo interno delle correnti indotte che lo riscalderanno (per effetto Joule). Queste correnti sono dette correnti di Foucault. Si tratta di correnti "parassite" perché non volute, inutili, ma non eliminabili, che non hanno scopo elettrico, e solo in rare applicazioni si rivelano utili a qualcosa. Quasi sempre, infatti, si cerca di eliminarle il più possibile.

2 Proprietà dei materiali magnetici

2.1 Induttanza

Come visto, in base alla legge di Lenz, in un solenoide percorso da corrente variabile nel tempo, si assiste ad una variazione della forza magnetica H che, a sua volta, fa variare il flusso magnetico ϕ.
Questa variazione di flusso, induce nel solenoide una forza elettromotrice tanto più grande quanto maggiore è la variazione del flusso e minore è il tempo in cui questa avviene. Questa forza elettromotrice, autoindotta dal solenoide su se stessa, in accordo con la legge di Lenz, ha verso tale da opporsi a quella che l'ha generata.
Questo fenomeno è noto come **autoinduzione**.
Supponiamo che in un solenoide la corrente passi dal valore minimo I_1 al valore massimo I_2 e che, di conseguenza, il flusso passi dal valore minimo ϕ_1 al valore massimo ϕ_2. Il valore della forza elettromotrice, nell'intervallo di tempo T nel quale cambiano i valori di corrente e flusso, vale:

$$E = \frac{\phi_2 - \phi_1}{T}$$

e poiché i flussi sono proporzionali alle correnti che li producono, si può scrivere che:

$$\phi_2 - \phi_1 = L(I_2 - I_1)$$

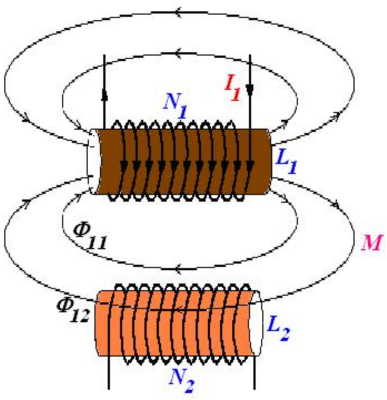
dove L rappresenta una costante di proporzionalità tra variazione di corrente e variazione di flusso; questa costante si chiama **induttanza** e viene misurata in **henry** [H]. La legge che lega la tensione alla variazione di corrente è:

$$E = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

dove ΔI indica la variazione di corrente e Δt l'intervallo di tempo in cui avviene questa variazione.
Come si può intuire osservando con attenzione la formula appena scritta, la tensione ai capi di un solenoide è tanto più grande, quanto maggiore è la variazione di corrente e tanto più questa è rapida.

2.2 Mutua induzione

Consideriamo ora due solenoidi, magneticamente accoppiati tra loro in modo tale che, fornendo corrente al primo, questo generi nel secondo un campo magnetico che vada a concatenarsi (in tutto o in parte) anche sull'altro solenoide. La variazione di flusso avvertita dal secondo solenoide, genera in questo una tensione. I due solenoidi saranno quindi induttivamente accoppiati e la tensione indotta sul secondo viene chiamata **tensione di mutua induzione**.



Indicando ora con L_1 l'induttanza del primo solenoide, con ΔI_1 la variazione di corrente nel primo solenoide e con Δt_1 l'intervallo di tempo in cui questa variazione avviene, la variazione di flusso $\Delta\,\phi_1$ nel primo solenoide vale:

$$\Delta\phi_1 = L \cdot \Delta I_1$$

E la tensione ai suoi capi vale:

$$E_1 = \frac{\Delta\phi_1}{\Delta t_1} = \frac{L \cdot \Delta I_1}{\Delta t_1}$$

Analogamente per il secondo solenoide (indicando con il pedice 2 le stesse grandezze del primo che avevano pedice 1), si può scrivere che:

$$\Delta\phi_2 = L \cdot \Delta I_2 \qquad \text{e} \qquad E_2 = \frac{\Delta\phi_2}{\Delta t_2} = \frac{L \cdot \Delta I_2}{\Delta t_2}$$

Siccome le variazioni avvengono simultaneamente nei due solenoidi (cioè nello stesso tempo), allora risulta evidente che $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$. E' anche vero che la variazione $\Delta\phi_2$ è una parte di $\Delta\phi_1$ e pertanto anche $\Delta\phi_2$ è generato da ΔI_1.

Se indico con la lettera M il **coefficiente di mutua induzione** tra i due solenoidi, allora si può dimostrare (con un po' di matematica) che:

$$E_2 = \frac{\Delta\phi_2}{\Delta t} = \frac{M \cdot \Delta I_1}{\Delta t} \qquad \text{con} \qquad M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

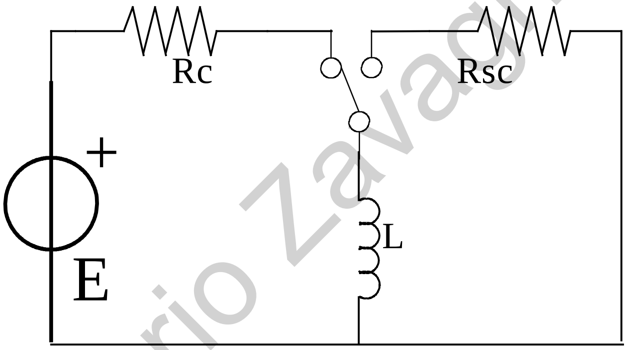
2.3 Analogie tra campi elettrici e campi magnetici

Alla grandezza…	**…corrisponde la grandezza**
Intensità di campo magnetico B	Intensità di campo elettrico E
Flusso magnetico ϕ	Carica elettrica Q
Energia magnetica $\frac{1}{2} L \cdot I^2$	Energia elettrostatica $\frac{1}{2} C \cdot V^2$

3 Carica e scarica di un induttore

Come visto in precedenza per i condensatori, anche gli induttori possono essere collegati a resistenze in circuito elettrico (in realtà molte applicazioni sfruttano particolari caratteristiche di circuiti in cui compaiono tutti e tre questi componenti variamente collegati tra loro).

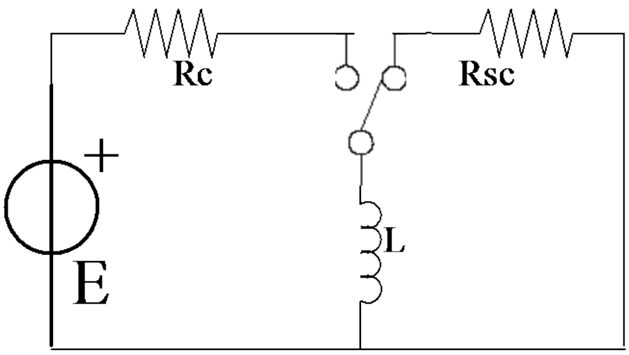
Consideriamo il circuito riportato qui a lato. Abbiamo indicato con R_c la resistenza di carica e con R_{sc} quella di scarica. Con l'interruttore posto nella posizione qui accanto riportata, l'induttanza L si carica. Alimentando una serie tra resistenza ed induttanza, nell'attimo in cui si attiva il circuito, il valore della corrente passa da zero a I_C (corrente di carica). Questa variazione genera nell'induttore un flusso magnetico che, a sua volta, genera una tensione ai capi dell'induttore. Per questo motivo, nel circuito transiterà una corrente i



che vale: $i = \frac{E}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ dove con la lettera τ si indica la costante di tempo che vale: $\tau = \frac{L}{R}$

Durante questo (breve) intervallo di tempo, l'induttore immagazzina energia che, come per il caso del condensatore trattato a suo tempo, potrà essere restituita in un secondo momento.

Spostando l'interruttore e chiudendo il circuito di scarica, come riportato nel seguente circuito, in un brevissimo arco di tempo la corrente che attraversa l'induttanza passa dal valore I a zero (ho scollegato il generatore e quindi "tolto corrente"). Questa variazione genera nell'induttore un flusso magnetico che, a sua volta, genera una tensione ai capi del solenoide. Pertanto nel circuito passerà una corrente di valore:



$i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ dove con la lettera τ si indica la costante di tempo che vale: $\tau = \frac{L}{R}$

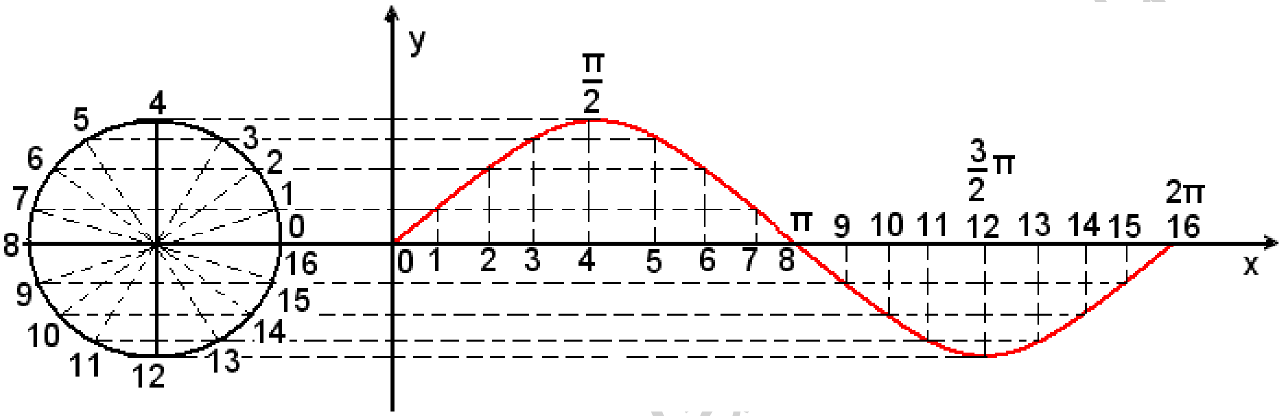
4 Grandezze variabili nel tempo.

A differenze delle grandezze **COSTANTI**, che mantengono sempre lo stesso valore nel tempo, le grandezze **VARIABILI** nel tempo, come suggerito dal nome stesso, cambiano il loro valore nel tempo.
Per fare subito chiarezza, facciamo un esempio molto semplice e molto quotidiano. Una banconota da 20 euro vale sempre 20 euro (valore costante, quindi grandezza costante); il costo di un litro di benzina cambia nel tempo (valore variabile, grandezza variabile). Ci sono grandezze che variano più rapidamente di altre, altre che variano solo “ogni tanto” (ad esempio il costo della benzina durante lo stesso giorno resta costante), altre ancora che variano di continuo prendendo sempre valori diversi ed infine ci sono grandezze che variano di continuo, ma che ciclicamente riprendono gli stessi valori (è il caso delle ore, minuti e secondi di una giornata: domani alla stessa ora le lancette o il display dell’orologio segneranno la stessa ora).
A seconda di come le grandezze variabili cambiano il loro valore, vengono chiamate con nomi diversi che fanno riferimento alle caratteristiche di come avviene variazione.
Tra le grandezze variabili nel tempo, cioè quelle che cambiano nel tempo il loro valore, porremo la nostra attenzione sulle grandezze **PERIODICHE**, cioè quelle grandezze che ad intervalli regolari riprendono gli stessi valori. La durata di questi intervalli prende il nome di **periodo.** Le grandezze periodiche sono “particolari” proprio perché si ripetono esattamente uguali a sé stesse dopo ogni periodo. Ad esempio le ore di una giornata sono una grandezza periodica (se ora fossero le due del pomeriggio, domani alla stessa ora saranno nuovamente le due del pomeriggio, e le ore si ripeteranno nello stesso ordine) ed il periodo è la giornata, cioè 24 ore.
La stessa cosa vale per i minuti in un’ora (periodo un’ora), o per i secondi in un minuto (periodo un minuto). Non sono una grandezza periodica i giorni di un mese, poiché non c’è regolarità tra mesi di 30 giorni e mesi di 31 giorni.
Tra tutte le grandezze periodiche, ci occuperemo in modo particolare di quelle chiamate **grandezze alternative (o alternate)** per le quali, all’interno del periodo, il valore medio è nullo (vale a dire che durante tutto il periodo, la grandezza è stata tanto positiva, quanto negativa, sia per valore positivo o negativo, sia per perdurare del segno).
Poi, tra le grandezze alternate, studieremo con particolare interesse le grandezze **sinusoidali**, poiché la tensione di rete ha proprio quelle caratteristiche (e di conseguenza anche la corrente è sinusoidale).

4.1 Caratteristiche di una grandezza sinusoidale

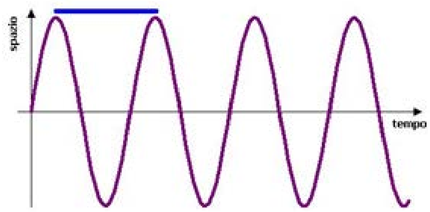
Una grandezza si dice sinusoidale quando la curva che ne rappresenta l'andamento nel tempo è una sinusoide. Questa curva è una funzione **trigonometrica** la cui espressione matematica è: $y(t) = Y_M \cdot sen\omega t$ dove

- Y(t) è il valore della curva al generico istante di tempo t;
- Y_M è il valore massimo che la curva raggiunge;
- Sen indica il tipo di funzione sinusoidale (in questo caso "seno"; altre sono "coseno", "tangente", "cotangente");
- ω (omega) si chiama "pulsazione"

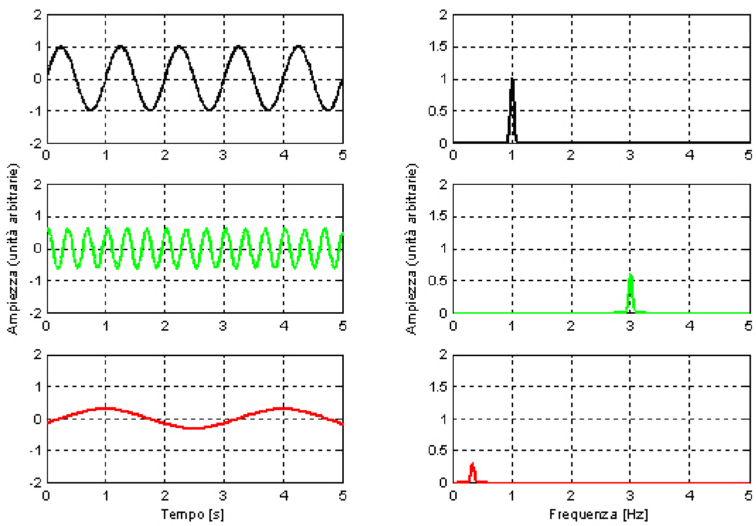


4.2 Valori caratteristici di una sinusoide

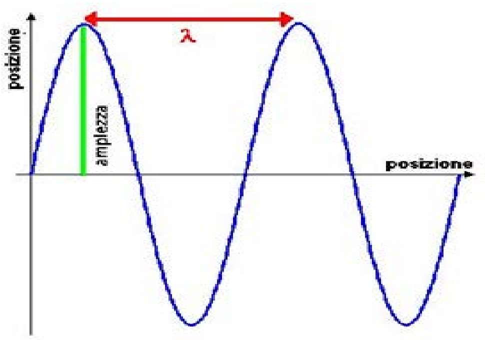
- **Periodo**: il tempo in cui si sviluppa un'intera onda; si misura in secondi (con riferimento alla figura sopra riportata, un periodo è quello che va da zero a 2π, un altro è quello che va da 2π a 4π e così via)

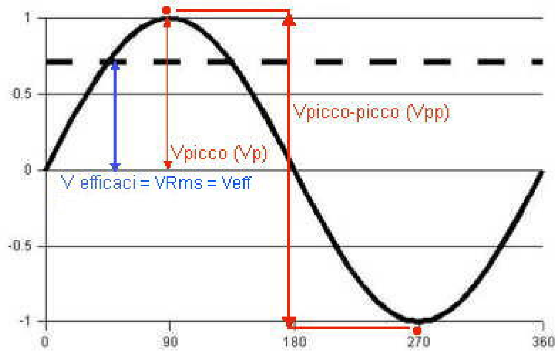


- **Frequenza**: numero di onde che si sviluppano in un secondo; si misura in hertz [Hz]; qui sotto a sinistra la rappresentazione nel tempo; a destra quella in frequenza.

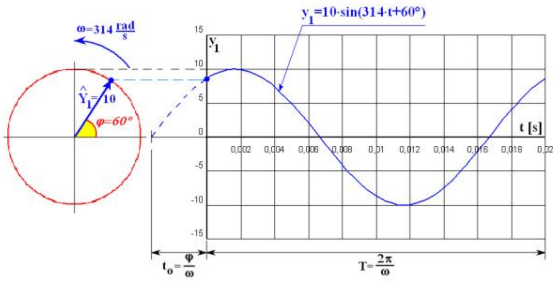


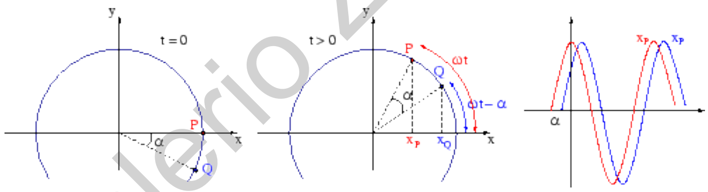
- **Ampiezza**: è il valore massimo (minimo) che raggiunge l'onda; è metà del valore picco-picco;



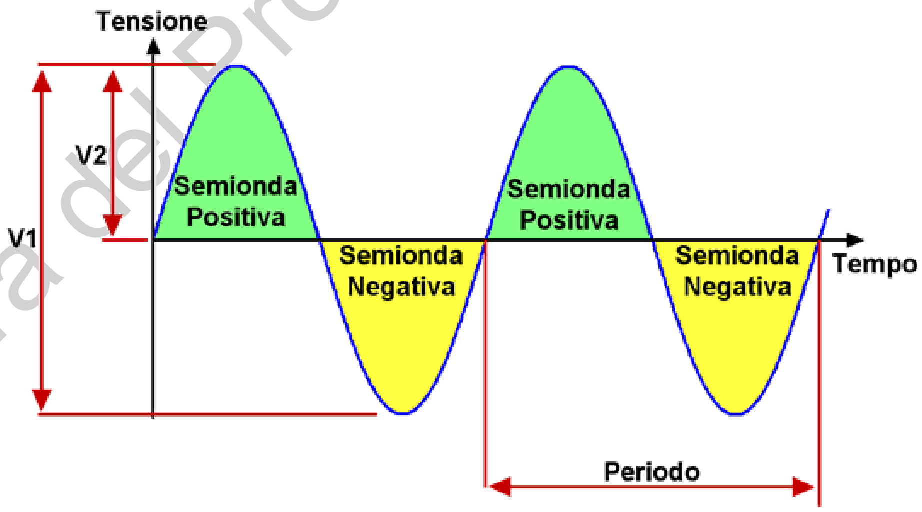


- **Fase**: indica se l'onda passa per l'origine oppure no (e di quanto si discosta se non ci passa);





- **Valore medio**: la media dei valori in un intero periodo; nella figura sotto è rappresentata una tensione sinusoidale: nel periodo T l'area delle semionde positive è uguale all'area delle semionde negative.



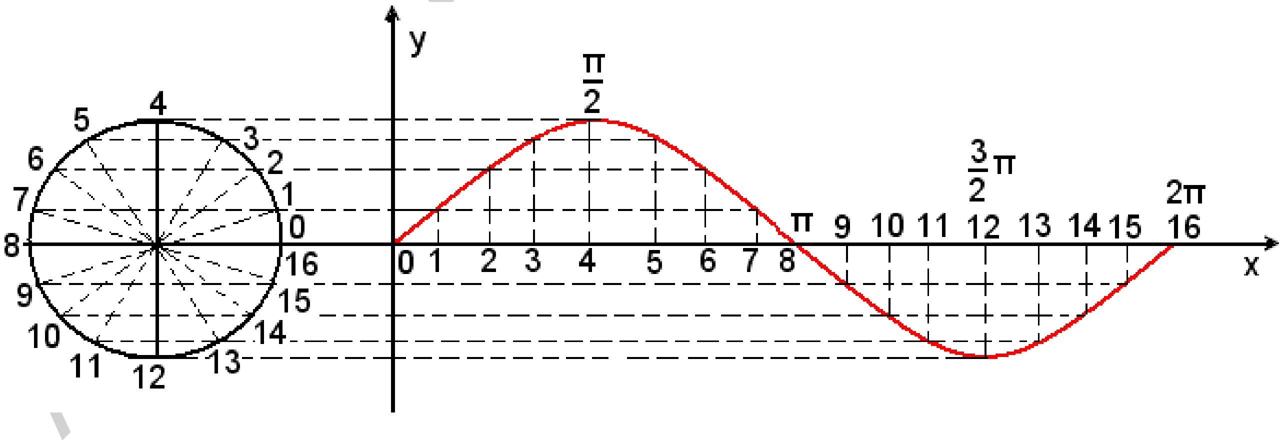
4.3 Relazioni tra le grandezze caratteristiche di una sinusoide

Periodo, frequenza e pulsazione di una sinusoide sono legati tra loro da due relazioni matematiche. Le relazioni sono:

- $T = \frac{1}{f}$ dove T è il periodo ed f la frequenza: sono uno il reciproco dell'altra;
- $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ dove ω è la pulsazione, π=3,14, f e T hanno lo stesso significato di prima.

4.4 Altre caratteristiche

Altri valori caratteristici che sono per noi interessanti sono il valore efficace, pari al valore massimo diviso per $\sqrt{2}$, e il valore medio che, come detto, deve risultare nullo in una sinusoide "matematica". Come già accennato la tensione di rete ha le caratteristiche di un'onda sinusoidale. Questo fatto deriva molto semplicemente dal modo in cui si "produce" la tensione di rete.
In quasi tutti i tipi di centrale per la produzione di energia elettrica si sfrutta un diverso tipo di energia per trasformarlo in elettrica. Ad esempio, in una centrale idroelettrica, si sfrutta l'energia cinetica dell'acqua che scende lungo una condotta forzata.
L'acqua che cade va a colpire le pale di una turbina che, quindi, inizia a ruotare. Collegato alla turbina, un albero trasmette la rotazione ad un alternatore che crea l'energia elettrica. Questa avrà lo sviluppo temporale della rotazione dell'alternatore che ruota (cioè della rotazione della turbina):

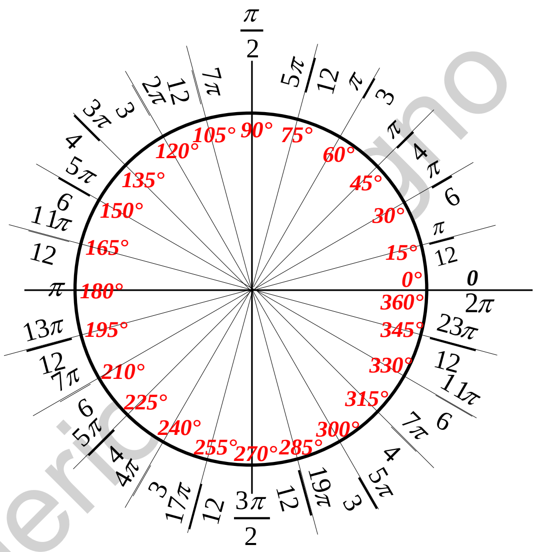


4.5 Gradi e radianti

Come appena visto, una sinusoide è lo sviluppo lungo l'asse del tempo di qualche cosa che sta ruotando attorno ad un punto fisso. La rotazione è, nella sostanza, un cambiamento lineare di angolo rispetto ad un punto di riferimento. Abbiamo quindi bisogno di fare un piccolo ripasso circa gli angoli e le loro unità di misura. Il singolo angolo può essere misurato con due "scale" diverse: gradi o radianti. Si può passare da una unità all'altra con una semplice proporzione: $180 : \pi_{rad} = \alpha_{gradi} : \alpha_{rad}$. Infatti ad un angolo giro (360°) corrisponde un angolo di 2π radianti; allora:

- conoscendo l'angolo in gradi, ricavo quello in radianti con la formula: $\alpha_{rad} = \dfrac{\pi}{180} \cdot \alpha_{gradi}$
- conoscendo l'angolo in radianti, ricavo quello in gradi con la formula: $\alpha_{gradi} = \dfrac{180}{\pi} \cdot \alpha_{rad}$

avendo indicato in ambo i casi con α_{gradi} l'angolo espresso in gradi e con α_{rad} l'angolo espresso in radianti.



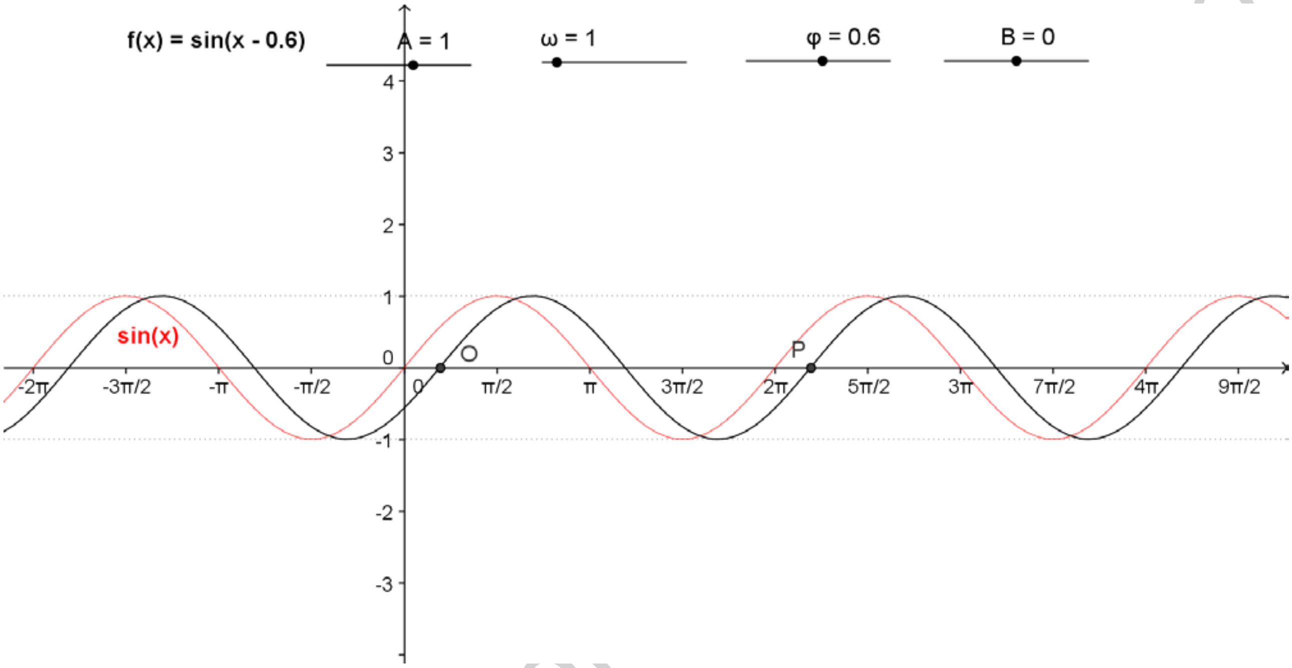
4.6 Tabella di conversione gradi-radianti

Gradi	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
Radianti	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{12}$	π

Gradi	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
Radianti	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{17\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{19\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{23\pi}{12}$	2π

4.7 Sfasamento tra sinusoidi

Immagina due bimbi che stanno girando su una giostra. Ad ogni giro, se la giostra gira in modo costante, il bimbo davanti passerà sempre per primo e quello dopo avrà sempre lo stesso ritardo. Allo stesso modo due sinusoidi prodotte da una stessa turbina, saranno sempre “distanziate” dallo stesso angolo. Ecco, l’angolo che le separa si chiama **angolo di fase**, da non confondere con il conduttore di fase, ma il contesto aiuta a capre a cosa ci si riferisce.



Le espressioni matematiche delle due sinusoidi possono essere scritte come:

$y(t) = Y_M \cdot sen\omega t$ (sinusoide rossa)

$y(t) = Y_M \cdot sen(\omega t + \varphi)$ (sinusoide nera)

dove l’aggiunta dello sfasamento è il termine φ, che appunto rappresenta la fase (diversa da zero) della sinusoide nera.

5 Circuiti in alternata

5.1 Corrente alternata su un carico resistivo

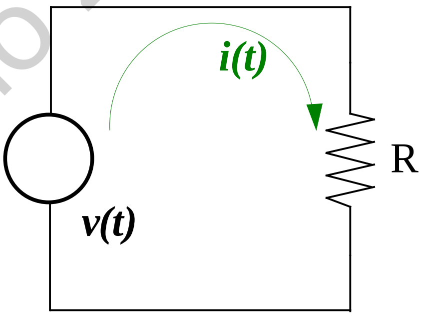
Se si alimenta una resistenza con una tensione di tipo sinusoidale, quello che si ottiene è che una corrente (anch'essa di tipo sinusoidale) attraverserà la resistenza. Cioè continua a valere la legge di Ohm: $V = R \cdot I$ con la sola differenza, rispetto a prima, che sia la tensione, sia la corrente, sono grandezze variabili nel tempo e non più costanti; quindi le indicheremo con lettere minuscole, per differenziarle dalle grandezze in continua:

$$V \to v(t); \qquad I \to i(t); \qquad R \to R(\cos\tan te);$$

La formula quindi diverrà:

$$v = r \cdot i$$

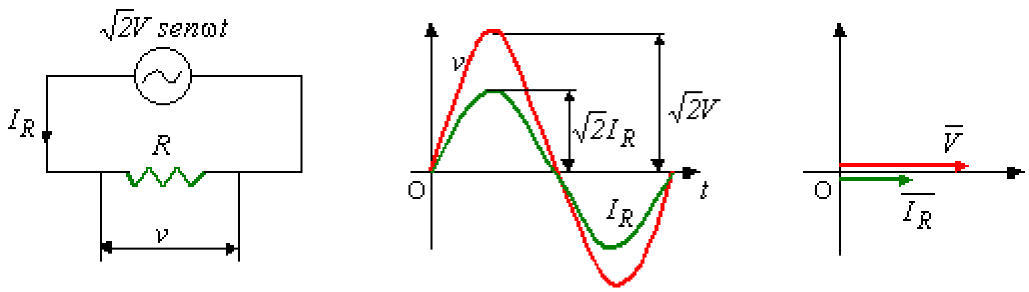
Consideriamo ora il circuito riportato qui di lato e chiediamoci quale sia il valore della corrente che attraversa la resistenza R, essendo questa sottoposta ad una tensione sinusoidale $v(t) = V_M \cdot sen\omega t$.



Per ricavare il valore della corrente, come per il caso in continua, applico la formula inversa della legge di Ohm, ricavando:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_M}{R} \cdot sen\omega t$$

Vale a dire una sinusoide perfettamente in fase con quella della tensione, solo di ampiezza R volte più piccola (cioè divisa per R); se immaginiamo $v(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot sen\omega t$ (nel grafico sotto in rosso) ed R=2Ω, avremo



(a) (b) (c)

$$i(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{R} \cdot sen\omega t$$ (nel grafico sotto in verde)

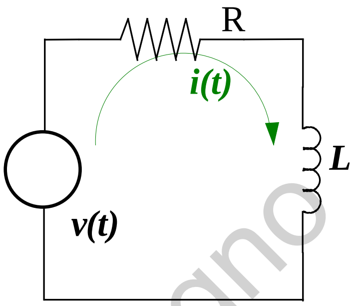
Le due sinusoidi sono perfettamente in fase, poiché passano contemporaneamente per lo zero e raggiungono contemporaneamente il valore massimo.

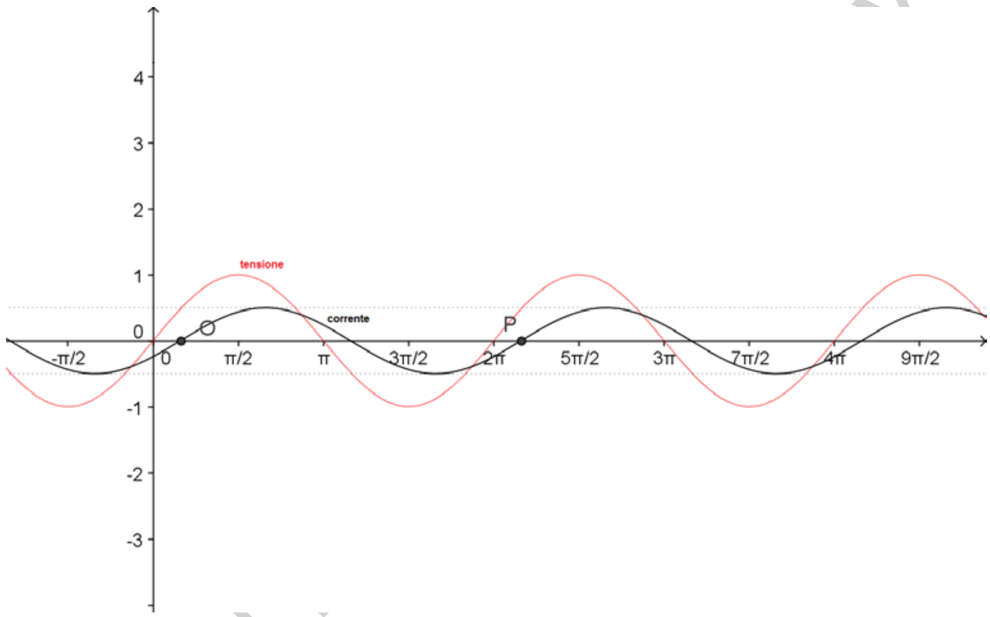
Si dimostra che, in queste condizioni, vale la relazione: $p(t) = v(t) \cdot i(t)$ analoga alla relazione $P = V \cdot I$ già vista per la continua.

Questa espressione è quella che fornisce la potenza in alternata per carichi puramente resistivi (anche chiamati "puramente ohmici").

5.2 Circuito R-L

Supponiamo adesso di aggiungere un induttore in serie alla resistenza del circuito appena visto. Lo schema elettrico è quello rappresentato qui accanto. Come visto in precedenza, in base alla legge di Lenz, sull'induttore nasce una tensione indotta che si oppone alle variazioni di corrente. Vale a dire che quando la tensione del generatore salirà, facendo salire la corrente nel circuito, questo aumento di corrente genererà una tensione indotta sull'induttore, tale da diminuire la corrente stessa. Questo andare "controcorrente" dell'induttore, farà si che tensione (del generatore) e corrente (del circuito) non siano più in fase, ma che la corrente segua in ritardo la tensione, come qui sotto rappresentato:





L'induttore, inoltre, darà il suo contributo nel limitare la corrente che scorre nel circuito, comportandosi come una resistenza aggiuntiva.
Questo tipo di resistenza viene chiamata **reattanza induttiva**, si indica con la lettera **X_L** e si misura in ohm [Ω]. Il suo valore si calcola con la legge:

$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ ricordando che $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

In questo caso, la resistenza "complessiva" vista dal generatore, prende il nome di **impedenza**, si indica con la lettera Z e si misura in ohm [Ω].

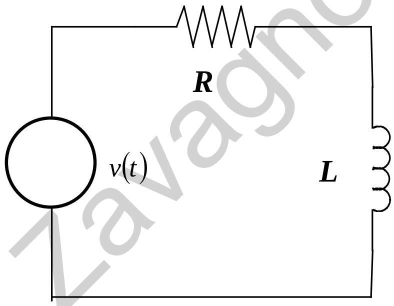
Il suo valore si calcola con la legge: $Z = \sqrt{R^2 + {X_L}^2}$

Si può anche calcolare l'angolo di sfasamento tra la sinusoide v(t) e quella i(t). L'angolo di per sé ha poco interesse, mentre ha più interesse, almeno dal punto di vista elettrico conoscere il valore di una funzione trigonometrica (il coseno) di quell'angolo. Si tratta di sapere quanto vale la quantità cosφ (chiamata **fattore di potenza**), che è un numero e quindi non ha unità di misura. Questo numero è compreso tra 0 e 1, ma negli impianti elettrici la limitazione è più stringente (vedremo perché più avanti). Infatti le norme CEI (Comitato Elettrotecnico Italiano) obbligano l'utente a rifasare il suo impianto se cosφ≤0,8.
Rifasare un impianto significa adottare degli accorgimenti circuitali-impiantistici per cui corrente e tensione vengono riportate (quasi) in fase.

L'ente distributore di energia elettrica (ad esempio l'ENEL) applica delle sanzioni in bolletta agli utenti il cui fattore di potenza cosφ<0,9. Il valore di cos φ si calcola con la legge: $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = (nel\_caso\_ora\_trattato)\frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$

5.3 Esercizio guida 1 (circuito R-L)

Dato il circuito di figura , calcolare il valore dell'impedenza del circuito e dello sfasamento tra corrente e tensione , sapendo che il generatore ha una frequenza di 50 Hz e fornisce una tensione di 10V, che l'induttanza ha un valore di L=20mH e che la resistenza vale R=5Ω.



Soluzione:

Per prima cosa si deve calcolare il valore della reattanza induttiva X_L:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6.28\Omega$$

Poi si calcola il valore dell'impedenza totale Z: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 6{,}28^2} = 8{,}02\Omega$

Calcolo ora il valore di cosφ (fattore di potenza): $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{5}{8{,}02} = 0{,}62$

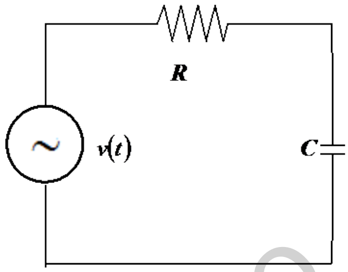
Attraverso una calcolatrice scientifica (presente su windows, ad esempio) calcolo con la funzione inversa del coseno (inv + cos) il valore dell'angolo al quale corrisponde un cosφ=0,62 (questa funzione inversa si chiama "arco-coseno")

$$\arccos(0{,}62) = 51{,}7°$$

Se volessi esprimere l'angolo in radianti applico la proporzione:

$$180° : \pi_{rad} = 51{,}7° : x_{rad} \rightarrow x_{rad} = 51{,}7° \cdot \frac{\pi_{rad}}{180°} \approx 0{,}9$$

5.4 CIRCUITO R-C IN ALTERNATA



Abbiamo già visto come il condensatore sia un componente in grado di caricarsi e di scaricarsi, immagazzinando (e rilasciando) energia sotto forma di carica elettrica. Consideriamo ora qui il circuito a lato, e cerchiamo di capire come si comporta il tutto in presenza di un generatore di tensione tipo sinusoidale.

A differenza del caso in continua, in cui il valore di tensione del generatore è costante, qui la tensione cambia di continuo. Il condensatore si comporta come un secchio che deve essere riempito fino ad un certo livello, ma il livello fissato cambia, istante dopo istante. Per riempire il secchio serve un certo tempo e quando la quota desiderata sarà raggiunta, l'obbiettivo sarà cambiato e prima il livello non andrà più bene: dovremo aggiungere o togliere acqua (carica) per arrivare al nuovo livello. È come una gara ad inseguimento in cui chi sta dietro (il condensatore) non riesce mai a recuperare terreno e chi sta davanti (il generatore) non riesce mai ad aumentare il suo vantaggio. In altre parole il valore di tensione ai capi dei condensatori è sempre all'inseguimento del valore di tensione del generatore.

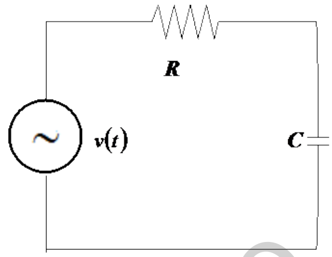
Questo ritardo si può pensare (in termini elettrici) come se fosse dovuto ad una " resistenza aggiuntiva " offerta dal condensatore. Questa resistenza analogamente quella valutata per induttore, prende il nome di **reattanza capacitiva**, si indica con la lettera X_c, si misura in ohm (Ω) e si calcola con la legge: $X_c = \dfrac{1}{\omega \cdot C} = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$

Ricordando che w = 2πf. Per queste ragioni la corrente e la tensione non sono più in fase ma la tensione segue in ritardo a corrente.

Nel caso di circuito R-C (serie), l'impedenza totale vale: $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ mentre il fattore di potenza si calcola come: $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$ esattamente come per il circuito R-L.

5.5 ESERCIZIO GUIDA 2 (CIRCUITO R-C IN SERIE)

Dato il circuito di figura a lato, calcolare il valore della reattanza capacitiva, dell'impedenza e del fattore di potenza, essendo il generatore di tensione un generatore di tipo sinusoidale con frequenza di 50 Hz, la resistenza R da 10Ω e La capacità C da 200µF.



Soluzione:

Per prima cosa si calcola il valore della reattanza capacitiva: X_c

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{0{,}062} = 15{,}91\Omega$$

ora possiamo calcolare il valore dell'impedenza :

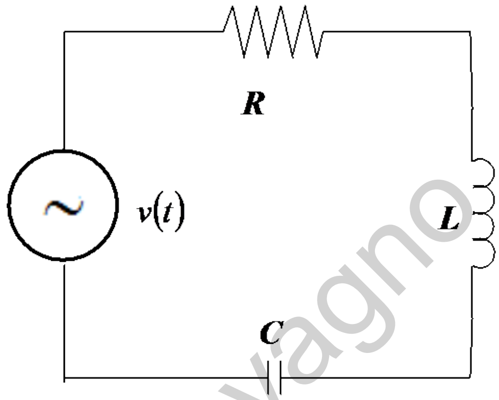
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{10^2 + 15{,}91^2} = \sqrt{100 + 253{,}3} = \sqrt{353{,}3} = 18{,}79\Omega$$

Il valore del fattore di potenza vale: $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{18{,}79} = 0{,}53$

Da cui ricavo: φ = arc cos 0,53 ≈ 58°

5.6 CIRCUITO R-L-C

Analizza adesso il caso in cui compaiono tutti i componenti in un circuito alimentato da un generatore di tensione sinusoidale. Consideriamo quindi il circuito qui accanto, in cui sono collegati in serie una resistenza R, un induttore L ed un condensatore C.



come abbiamo detto nelle pagine precedenti, l'induttore tende a sfasare la corrente in ritardo rispetto alla tensione, mentre il condensatore tende a sfasare la corrente in anticipo rispetto alla tensione. Lo sfasamento totale dipenderà (nel singolo caso) dai valori di R,L e C. Infatti, a seconda della reattanza che prevale, lo sfasamento sarà in anticipo o in ritardo.

Il valore dell'**impedenza totale** si calcola con la legge:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

E il **fattore di potenza** si calcola con la solita formula: $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

Osservazione

E' un argomento che non sarà trattato qui, ma a titolo di informazione e di cultura

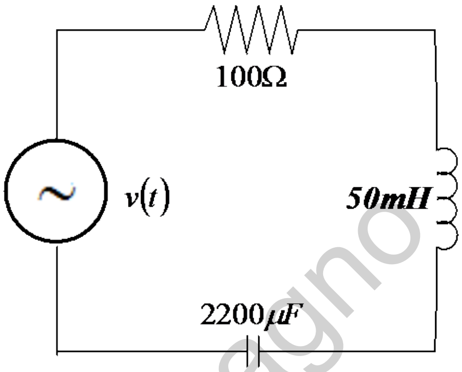
generale, i circuiti R-L-C sono anche chiamati circuiti oscillanti.

Come già detto, sia l'induttore sia il condensatore sono componenti in grado di immagazzinare e rilasciare energia.

Se accade che un accumulo e un rilascio avvengono con tempistiche “ simili “ alla frequenza del generatore possono accadere effetti strani. Può accadere che induttore e condensatore si “ rimbalzino “ un po' di energia che comincia ad “ oscillare “ tra i due componenti. Se la frequenza in cui avviene questa oscillazione si “ accorda ” (proprio nel senso “ musicale “ del termine) con quella del generatore, accade un fenomeno che si chiama RISONANZA, per il quale all'energia fornita dal generatore si somma o si sottrae l energia che “ rimbalza “ tra induttore e condensatore. La frequenza a cui avviene questo fenomeno si chiama FREQUENZA DI RISONANZA.

5.7 ESERCIZIO GUIDA 3 (CIRCUITO R-L-C IN SERIE)

Dato il circuito riportato qui accanto, calcolare le reattanze capacitiva e induttiva, l'impedenza totale del circuito e lo sfasamento totale, sapendo che il generatore sinusoidale ha una frequenza di 50Hz



Soluzione:

Iniziamo con il calcolare il valore della reattanza capacitive X_C e induttiva X_L:

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 2200 \cdot 10^{-6}} = 1{,}44\Omega$$

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15{,}7\Omega$$

Dal momento che risulta X_L maggiore di X_C, lo sfasamento totale sarà in RITARDO (cioè "vince" l'effetto dell'induttore).

Calcoliamo adesso il valore dell'impedenza Z:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{100^2 + (1{,}44 - 15{,}7)^2} = 101{,}01\Omega$$

Il valore dello sfasamento si calcola come:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{100}{101{,}01} = 0{,}98$$

Ricavo il valore dell'angolo φ come:

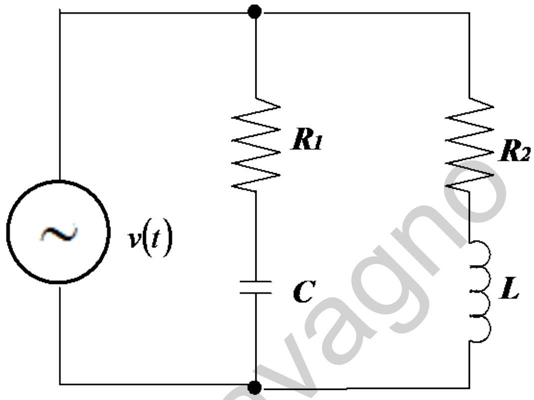
$$\varphi = \arccos(0{,}98) = 11{,}5°$$

L'angolo di sfasamento è quindi di 11,5° ed è in ritardo, come abbiamo già detto in precedenza.

Nota: il valore dell'angolo di sfasamento è piccolo; ciò significa che corrente e tensione sono quasi in fase; infatti il valore del fattore di Potenza è molto alto (0,98 è quasi 1, che è il valore massimo che il fattore di potenza può raggiungere).

5.8 Parallelo di carichi induttivo-capacitivi

Vediamo adesso di capire come funziona un circuito in regime sinusoidale quando sono presenti carichi induttivi e capacitivi collegati in parallelo tra loro. Per iniziare consideriamo il circuito riportato qui accanto, dove sono rappresentati due rami in parallelo contenenti un carico ohmico-capacitivo il primo, un carico ohmico induttivo il secondo. Per calcolare la corrente totale erogata dal generatore, così come per calcolare l'impedenza totale e lo sfasamento totale, si deve prima fare il parallelo dei due carichi, esattamente come studiato in continua.



Per fare il parallelo dei due carichi, necessario a proseguire lo studio di questo circuito, devo prima calcolare le impedenze dei singoli rami. Per fare questo calcolo le due impedenze Z_1 e Z_2, ciascuna delle quali si calcola come abbiamo visto nei circuiti R-C serie ed R-L serie.

Dunque, per il ramo ohmico-capacitivo:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_C^2} \text{ , dove } X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Lo sfasamento dovuto a questo ramo sarà:

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1}$$

La corrente che scorre in questo ramo vale (legge di Ohm):

$$i_1(t) = \frac{v(t)}{Z_1}$$

In modo simile, per il ramo ohmico-induttivo:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_L^2} \text{ , dove } X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Lo sfasamento dovuto a questo ramo sarà:

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2}$$

La corrente che scorre in questo ramo vale (legge di Ohm): $i_2(t) = \frac{v(t)}{Z_2}$

ATTENZIONE: nel caso in continua, la legge di Kirchhoff diceva che $I_{tot} = I_1 + I_2$; adesso le cose sono cambiate, poiché fra tensione e corrente si è creato uno sfasamento e la relazione di Kirchhoff (così come è scritta sopra) non è più "vera". Adesso, in alternata, Sia I_1, sia I_2 sono **vettori** il cui "modulo" (o intensità) è il valore calcolato secondo la legge di Ohm con le formule scritte qualche riga fa, e la cui **fase** è l'angolo di sfasamento che si ottiene calcolando:

- Per I_1: $\varphi_1 = \arccos\frac{R_1}{Z_1}$;
- Per I_2: $\varphi_2 = \arccos\frac{R_2}{Z_2}$

Per i vettori l'operazione di somma non è semplice come per i numeri, poiché si deve tener conto dell'angolo.

La regola per calcolare la corrente totale è:

$$I_{tot} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Per calcolare lo sfasamento totale si applica la formula:

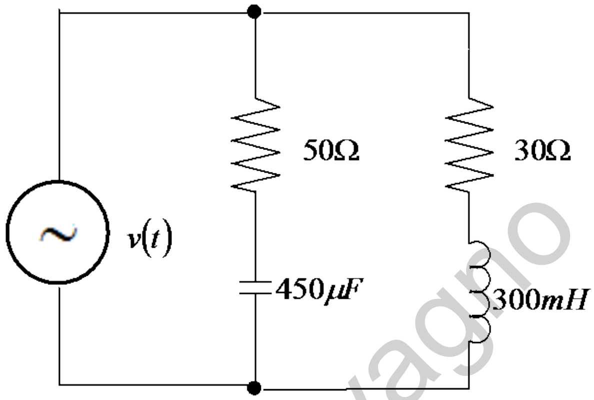
$$sen\varphi_{tot} = \frac{I_1 \cdot sen\varphi_1 + I_2 \cdot sen(-\varphi_2)}{I_{tot}}$$

Da cui si ricava il valore dello sfasamento φ come:

$$\varphi_{tot} = arcsen(\varphi_{tot})$$

5.9 Esercizio guida 4 (parallelo di carichi induttivo-capacitivi)

Consideriamo il circuito qui a lato, in cui sia V_{eff}=220V con una frequenza di 50Hz; vogliamo calcolare il valore della corrente totale erogata dal generatore e dello sfasamento totale.



Soluzione:

Per iniziare occupiamoci del ramo capacitivo:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 450 \cdot 10^{-6}} = 7{,}07\Omega;$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^{\ 2} + X_C^{\ 2}} = \sqrt{50^2 + 7{,}07^2} = 50{,}49\Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{50}{50{,}49} = 0{,}99\,,$$

da cui si ricava $\varphi_1 = \arccos\frac{R_1}{Z_1} = \arccos 0{,}99 \approx 8°$ (in anticipo)

La corrente nel ramo capacitivo vale: $i_1(t) = \frac{v(t)}{Z_1} = \frac{220}{50{,}49} = 4{,}35A$

Consideriamo adesso il ramo induttivo:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 94{,}2\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^{\ 2} + X_L^{\ 2}} = \sqrt{30^2 + 94{,}2^2} = 98{,}86\Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{30}{98{,}86} = 0{,}3\,,$$

da cui si ricava $\varphi_2 = \arccos\frac{R_2}{Z_2} = \arccos 0{,}3 = 72{,}5°$ (in ritardo)

La corrente nel ramo induttivo vale: $i_2(t) = \frac{v(t)}{Z_2} = \frac{220}{98,86} = 2,22A$

A questo punto posso calcolare il valore della corrente totale.

La corrente totale vale: $I_{tot} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} = ... = 5,19A$

Per calcolare lo sfasamento totale, applico la formula:

$$sen\varphi_{tot} = \frac{I_1 \cdot sen\varphi_1 + I_2 \cdot sen(-\varphi_2)}{I_{tot}} = ... = 0,29$$

Da cui si ricava il valore della fase totale:

$$\varphi_{tot} = arcsen(\varphi_{tot}) = arcsen(0,29) = -16°$$

Il risultato negativo sta a significare che l'effetto prevalente è quello del carico induttivo e che, quindi, la corrente totale sarà in ritardo rispetto alla tensione (per la precisione di 16°).

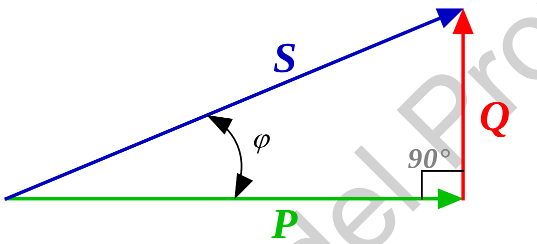
6 POTENZA ELETTRICA IN ALTERNATA

In regime continuo il valore della potenza è il prodotto tra tensione e corrente , ma in alternata , a causa degli sfasamenti introdotti da capacità ed induttanze , le cose cambiano.
Si vengono a creare tre tipi di potenza :

- **POTENZA ATTIVA P**, che si misura in **watt** [W] ed è quella che si riesce a sfruttare (per essere chiare è quella che "fa funzionare" i nostri apparecchi)
- **POTENZA REATTIVA Q**, che si misura in **volt-ampere reattivi** [VAR] e che non può mai essere sfruttata, rimbalza sulla linea e la occupa (scaldando i conduttori); si può dimostrare matematicamente che non è possibile sfruttare questa potenza .
- **POTENZA APPARENTE S**, che si misura in **volt-ampere** [VA] ed è il totale (non proprio la "somma") delle due precedenti

7 TEOREMA DI BOUCHEROT

Ci spiega qual è la relazione che lega le tre potenze :



$P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

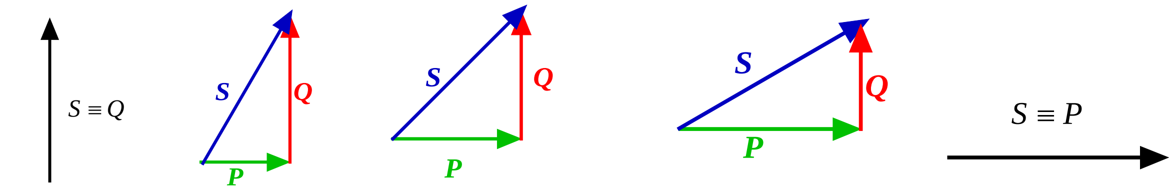
$Q = V \cdot I \cdot sen\varphi$

$S = V \cdot I$

Dal teorema di Pitagora: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

OSSERVAZIONE:

Nella formula che fornisce la potenza attiva P ($P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$), compare il fattore di potenza cos φ. Come sappiamo dalla matematica, il valore di cos φ è compresa tra -1 e 1. Tanto più è basso è il valore di cos φ, tanto più viene diminuito il valore di P rispetto a quello di S:

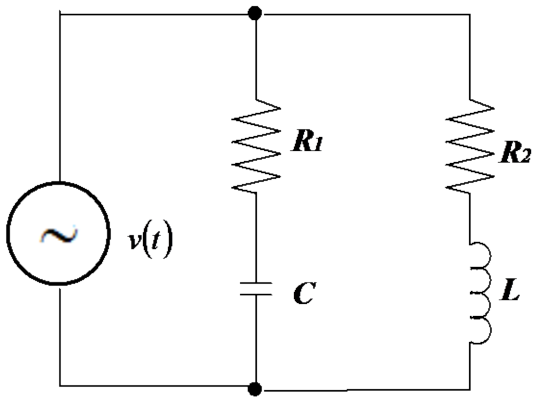


$\varphi = 90°$	$\varphi = 60°$	$\varphi = 45°$	$\varphi = 30°$	$\varphi = 0°$
$\cos\varphi = 0$	$\cos\varphi = 0{,}5$	$\cos\varphi = 0{,}707$	$\cos\varphi = 0{,}866$	$\cos\varphi = 1$

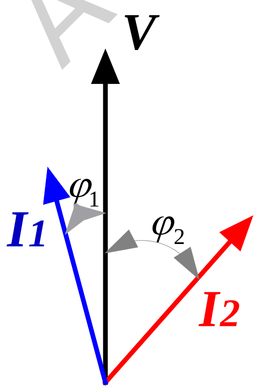
Riducendo il valore di cos φ(o aumentando lo sfasamento φ), calcola il valore della potenza attiva, si riduce cioè la porzione ‘‘sfruttabile‘‘ di ciò che ci viene fornito. E‘ come se andassimo a prendere dell’acqua da un pozzo con un secchio: più buchi ha il secchio (cos φ basso →piccola P) meno sarà l’acqua che porteremo a casa. L’ideale è il secchio senza buchi (cos φ=1), e a quello si cerca di arrivare sempre.
Nei casi in cui lo sfasamento φ tra tensione e corrente, anticipa o ritarda che sia, raggiunge un valore che parte con φ sotto il valore 0,9, come già accennato l’ente fornitore di energia elettrica applica delle maggiorazioni in bolletta. Per avviare a questo inconveniente si possono adattare delle soluzione tecnico-circuitali per riportare in fase tensione e corrente o, almeno, entro livelli di sfasamento accettabili. Tecniche di questo tipo si chiamano di RIFASAMENTO, ma non sono oggetto di questo corso.

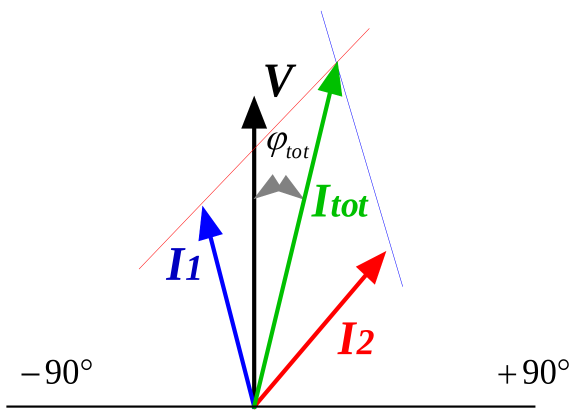
8 FASORI

Come detto quando ci siamo occupati del circuito R-L-C con carichi in parallelo, le correnti (così come le tensioni) in alternata diventano dei VETTORI, portando con se oltre ad un valore numerico di ‘’ intensità’’ , anche un angolo di sfasamento. Rappresentare in un piano una corrente e una tensione sinusoidali è cosa scomoda e laboriosa; per questo motivo i matematici hanno studiato un modo più comodo per rappresentare queste grandezze. Il modo più comodo è rappresentare tensioni e/o correnti mediante dei vettori (seguenti orientati) nel piano, che avranno un angolo tra loro pari all’angolo di sfasamento. Tali vettori prendono il nome di FASORI. Riconsideriamo il circuito dell’ultimo esercizio-giuda che per comodità riportiamo qui accanto.



Una volta calcolati i valori di Z_1 e Z_2 , e di I_1 e di I_2 si può rappresentare la situazione ‘’elettrica’’ di tensione v(t) e correnti (I_1 e I_2) attraverso dei FASORI per vedere ‘’subito’’ se la corrente totale sarà in fase , in riatrdo o in anticipo rispetto alla tensione. Rappresentiamo la tensione v(t) con un fasore (che per comdità possiamo mettere in orizzontale o verticale). Disegnato il fasore V, possiamo disegnare i fasori di I_1 e I_2.





9 IL TRASFORMATORE

9.1 LE MACCHNE ELETTRICHE

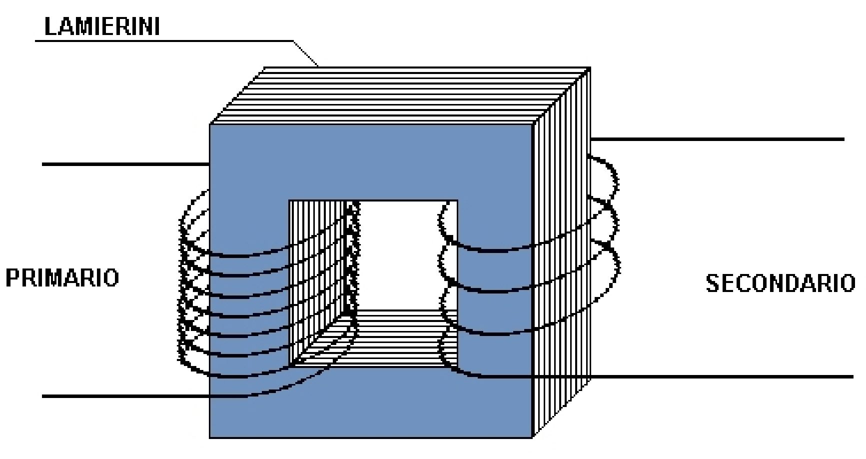
Alcuni macchinari funzionano per via meccanica, altri esclusivamente per via elettrica, le macchine elettriche si dividono principalmente in tre categorie:

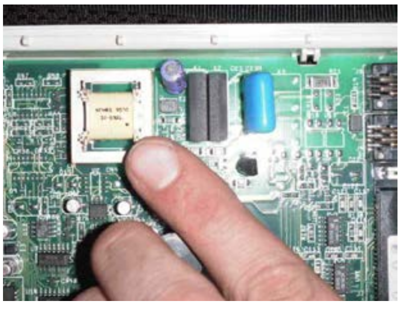
- **TRASFORMATORI** che hanno il compito di variare i valori di tensione e corrente adattandoli alle esigenze del caso ;
- **MOTORI** che hanno compito di trasformare una forza elettromotrice in moto meccanico
- **GENERATORI** che hanno il compito di trasformare un moto meccanico in forza elettromotrice

9.2 IL TRASFORMATORE

Il trasformatore è una macchina elettrica STATICA perché non presenta parti in movimento. Questa macchina elettrica statica trasferisce potenza elettrica da un circuito (detto PRIMARIO) ad un altro circuito (detto SECONDARIO), non elettricamente collegato al primo.

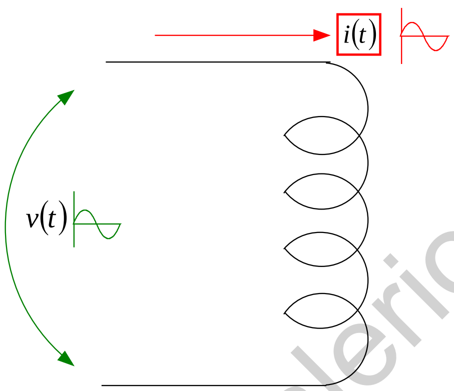
Come intuibile da quanto appena detto, il trasformatore è composto da (almeno) due circuiti (primario e secondario). Questi due circuiti non sono altro che avvolgimenti di conduttore elettrico su un nucleo di materiale ferromagnetico. È grazie ad esso che avviene il trasferimento di potenza elettrica. Vedremo ora, più in dettaglio come avviene. Sotto alcuni trasformatori di vario tipo e utilizzo.



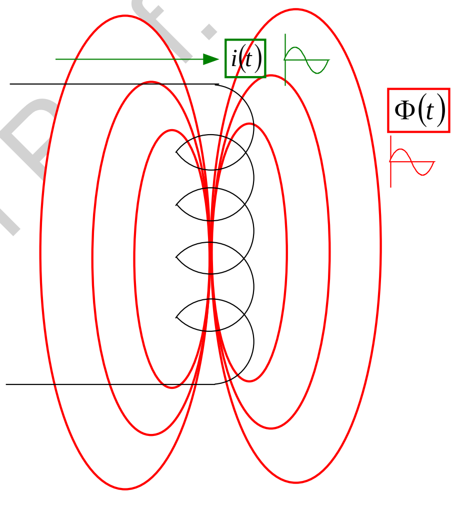


9.3 PRINCIPIO DI FUNZIONAMNTO DEL TRASFORMATORE

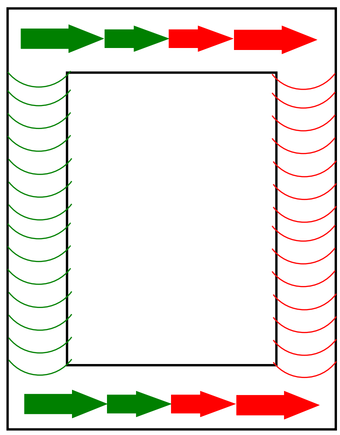
Ricordando quanto detto per i solenoidi (PRIMARIO e SECONDARIO, in fin dei conti sono due solenoidi…), ogni conduttore percorso da una corrente di tipo variabile nel tempo, produce un campo magnetico (attorno a sé) anch'esso variabile nel tempo.
Supponiamo quindi di alimentare il circuito primario di un trasformatore con una tensione sinusoidale. Questa tensione produce nel conduttore una corrente sinusoidale anch'essa.



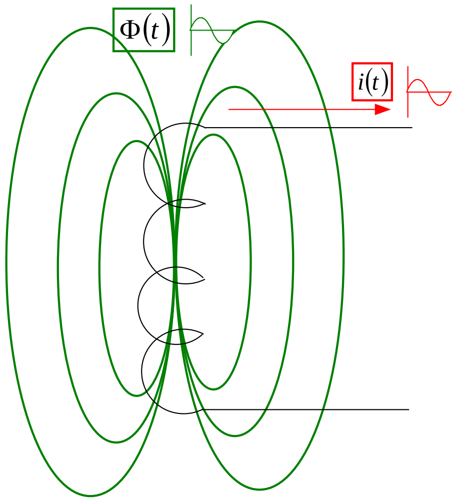
Questa corrente sinusoidale attorno al conduttore genera un campo magnetico una volta sinusoidali e proporzionali (in qualche modo) alla corrente che lo ha generato.



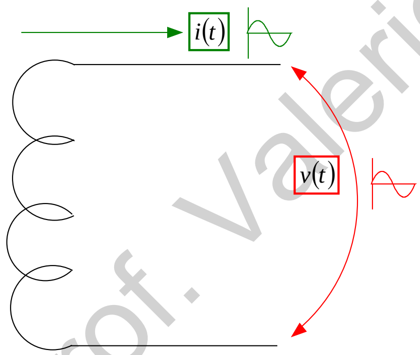
Il campo magnetico generato dalla corrente sinusoidale, si propaga lungo il materiale ferro magnetico del nucleo e raggiunge così il circuito secondario.



Il campo magnetico genera così nel circuito secondario una corrente (a sua volta sinusoidale) indotta che scorre attraverso il circuito secondario.



Tale corrente, infine, genera nel circuito secondario una differenza di potenziale (ancora di tipo sinusoidale), che ritrovo in uscita al trasformatore.



Come si intuisce avendo chiaro quanto detto sui solenoidi e sul trasformatore, tutto questo processo è reso possibile dal fatto che siamo in presenza di grandezze variabili nel tempo. **Un trasformatore in regime continuo non può funzionare** per il semplice motivo che tensione e corrente sarebbero costanti. A generare il campo magnetico che trasferisce la potenza elettrica è la variazione della corrente (tensione): se viene a mancare tale variazione, non avviene tutto il fenomeno.

9.4 Rapporto di trasformazione K

Come spiegato in precedenza, applicando una tensione variabile nel tempo al circuito primario, si ottiene (dopo una serie di effetti "a catena") una tensione variabile nel tempo in uscita al secondario. Queste due tensioni sono legate dalla relazione

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$ dove le V indicano le tensioni (primario e secondario) e le N i numeri di spire (primario e secondario).

Indichiamo con K il rapporto: $K = \frac{N_1}{N_2}$, che prende il nome di **rapporto di trasformazione,** che essendo un numero non ha unità di misura.

I trasformatori, specie quelli industriali, sono macchine piuttosto ingombranti; solitamente si usano per uno scopo ben preciso (so quale tensione ho a disposizione e quale tensione mi serve ottenere), quindi il numero di spire dei due circuiti primario e secondario non può essere modificato una volta realizzato il trasformatore. Pertanto ogni trasformatore ha il suo numero di spire a primario N_1 e il suo numero di spire a secondario N_2; questi due numeri sono fissati in fase di progetto ed una volta realizzati i due avvolgimenti non sono più modificabili. Essendo fissi N1 ed N2, risulta di conseguenza fisso anche il valore del rapporto di traformazione K.

Abbiamo visto il rapporto di trasformazione per le tensioni; per le correnti, invece, la proporzionalità è inversa:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = K$$

Osservando la relazione ora scritta, si nota che: **se un trasformatore alza il valore della tensione** (cioè se V_2 è maggiore di V_1),**allora necessariamente abbassa quello della corrente** (cioè risulterà per forza I_2 minore di I_1); **viceversa, se si abbassa la tensione, si aumenta la corrente.**

Questo fatto viene sfruttato nelle linee di trasporto di energia elettrica: i trasformatori “in mandata” (all’inizio della linea, dove viene prodotta l’energia elettrica) alzano tantissimo la tensione; l’energia è così trasportata a grandi distanza con valori di corrente molto, molto piccoli (quasi pari a zero). Questo fatto aiuta a ridurre moltissimo lo spreco di energia per effetto Joule.
Quando l’energia arriva a destinazione, un altro trasformatore farà la trasformazione opposta, abbassando la tensione e aumentando la corrente.

9.5 Esercizio guida 5 (dati di un trasformatore)

Si vuole trasformare la tensione di rete (230V) in tensione a 24V per far funzionare (ad esempio) un trenino elettrico. Sapendo che il trasformatore usato ha 300 spire a secondario, calcolare quante spire ha a primario.

Soluzione:

Basta applicare la relazione fondamentale dei trasformatori sfruttando il rapporto di trasformazione K. Quindi:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow \frac{230}{24} = \frac{x}{300} \rightarrow x = \frac{230}{24} \cdot 300 = 2875 spire$$

Il circuito primario di quel trasformatore deve avere 2875 spire.

9.6 Esercizio guida 6 (dati di un trasformatore)

Un trasformatore che ha un rapporto di trasformazione K=20, presenta in entrata una tensione di 100 V. Quale sarà la tensione di uscita? Se in uscita si hanno a disposizione 10 A, quale sarà la corrente a primario?

Soluzione:

Come visto per l'esercizio precedente, è sufficiente applicare la relazione del rapporto di trasformazione.
Per la tensione:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = 20 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 20 \rightarrow V_2 = \frac{V_1}{20} = \frac{100}{20} = 5V$$

Per la corrente:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = K = 20 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 20 \rightarrow I_1 = \frac{I_2}{20} = \frac{10}{20} = 0{,}5A$$

10 Rendimento

Con la parola “rendimento” qui si intende la “resa” di una trasformazione energetica. Sapendo cosa ho messo in ingresso, quanto ho ottenuto in uscita?
Altri esempi di rendimento, nella vita di tutti i giorni, possono essere: una certa cifra depositata in banca, il lavoro fatto da un operaio, o lo sforzo che hai fatto per studiare tutto fino a qui. Ma questi “rendimenti” non hanno a che fare con quanto intendiamo in questo capitolo.
Il rendimento che si intende qui, è più qualcosa di “meccanico”; vediamo di chiarirlo meglio.
Tutte le macchine, anche quelle elettriche, hanno delle perdite che ne riducono l’efficienza.
Nel caso ideale, un’automobile procede senza attrito e quindi tutta la benzina consumata dal motore si trasforma in distanza percorsa facendo avanzare l’auto.
Nel caso reale non è così: l’auto incontra attrito e una parte della “forza” del motore serve a vincere l’attrito stesso e non fa avanzare l’auto. Ecco, questa parte di “energia” in ingresso (la benzina nell’esempio) che non produce effetti in uscita, riduce l’efficienza della macchina in questione. Tanto maggiore è questo “spreco”, tanto “peggio funziona” la macchina.
Facendo un esempio elettrico, non tutta la tensione che si ha ai capi di una linea arriva al motore posto alla sua fine, una parte si perde sulla linea stessa. Tanto maggiore è la tensione che cade sulla linea, minore sarà quella che arriva al motore. Noi vogliamo che al motore ne arrivi il più possibile (nel caso ideale, purtroppo irraggiungibile, vorremmo che arrivasse tutta).
Si definisce rendimento di una macchina il rapporto tra la potenza resa P_r e la potenza assorbita P_a dalla macchina stessa:

$$\eta = \frac{P_r}{P_a}$$

Il rendimento si indica con la lettera η (eta) ed è un valore compreso tra zero e 1 (o se espresso in percentuale tra lo 0% e il 100%)

$$\eta_{\%} = \frac{P_r}{P_a} \cdot 100$$

Non esiste nessuna macchina reale al mondo che abbia $\eta=1$ ($\eta_{\%}=100\%$)

11 Eserciziario (con soluzione)

11.1 Esercizio 1 (induttanza di un solenoide)

Calcolare l'induttanza di un solenoide avvolto in aria avente diametro di 10cm, lungo 20cm e composto da 100 spire.

Soluzione:

La frase "avvolto in aria" non deve spaventare: vuole semplicemente dire che l'interno del solenoide è "vuoto" (o meglio riempito d'aria: hai presente la molla di una penna? Ecco immaginala con diametro di 10 cm, lunga 20 cm e con 100 spire …).
Per prima cosa si deve calcolare la sezione del solenoide. Attenzione: la sezione si misura in m^2, quindi devo trasformare il diametro da cm a metri e tener presente che il raggio è metà dimetro (come la matematica e la geometria ci insegnano …). Quindi:

$$S = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot (0{,}05)^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}0025 = 0{,}0078 m^2$$

(se il diametro è 10 cm allora il raggio è 5cm, cioè 0,05m …)
Dalle tabelle si ricava che la permeabilità relativa dell'aria vale 1, quindi si calcola:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N^2}{l} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 0{,}0078 \cdot 100^2}{0{,}2} = 0{,}00048 = 0{,}48 mH$$

11.2 Esercizio 2 (parametri di una sinusoide)

Una sinusoide presenta valore massimo pari a 100 e valore minimo pari a -100. Calcolare il valore picco-picco della sinusoide.

Soluzione:

Ricordando la formula, il valore picco-picco si calcola come:
$V_{PP} = V_{MAX} - V_{\min} = 100 - (-100) = 200$

11.3 Esercizio 3 (parametri di una sinusoide)

Una sinusoide è rappresentata matematicamente con l'espressione: $y(t) = 3sen(50 \cdot t + 18°)$
Quanto valgono: valore massimo, frequenza, pulsazione e fase della sinusoide?

Soluzione:

Ricordando la definizione di sinusoide:

$$y(t) = Y_M \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$y(t) = 3 \cdot sen(50 \cdot t + 18°)$$

Si ricava subito che:
Y_M=3 (valore massimo);
ω=50 (pulsazione);
φ=18° (fase). Si ricava in un secondo momento che, essendo $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{50}{2 \cdot 3{,}14} = 7{,}96Hz$

Osservazione 1:
Se la sinusoide avesse avuto fase pari a zero, si sarebbe presentata nella forma:
$y(t) = 3sen(50 \cdot t)$

Osservazione 2:

Ricordando che seno e coseno sono sfasati di 90° ($\frac{\pi}{2} rad$), una sinusoide con fase 90° si può scrivere anche come:

$$y(t) = Y_M \cdot sen(\omega \cdot t + 90°) \qquad y(t) = Y_M \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

11.4 Esercizio 4 (parametri di una sinusoide)

Data la sinusoide di espressione $y(t) = \sqrt{2} \cdot sen(314t + 90°)$, si calcolino:
il suo valore massimo; la sua pulsazione; la sua frequenza, la sua fase il suo valore efficace e si trovi un altro modo per esprimere matematicamente la stessa sinusoide.

Soluzione:

Come per l'esercizio precedente si identificano i parametri:

$$y(t) = Y_M \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$y(t) = \sqrt{2} \cdot sen(314 \cdot t + 90°)$$

Il valore massimo è $Y_M = \sqrt{2}$;

la pulsazione è ω=314 $\frac{rad}{s}$;

la frequenza è $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{314}{2 \cdot 3{,}14} = 50Hz$;

la fase vale φ=90°;

il valore efficace si calcola come: $V_{eff} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$

Un altro modo di esprimere la sinusoide è tener presente che la fase è pari allo sfasamento che c'è tra seno e coseno e quindi si può scrivere:

$$y(t) = \sqrt{2} \cdot \cos(314t)$$

11.5 Esercizio 5 (campo magnetico prodotto da un solenoide)

Calcolare la forza magnetica H di un solenoide composto da un conduttore lungo 250m, avvolto in 1500 spire e attraversato da una corrente di 1 A.

Soluzione:

Si deve applicare la formula $H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{1 \cdot 1500}{250} = \frac{150}{25} = 6 \frac{Asp}{m} \left[\frac{AmperSpire}{metro} \right]$

11.6 Esercizio 6 (F.E.M. indotta e mutua induzione)

Nell'avvolgimento primario di un trasformatore, l'intensità di corrente passa da 10 A a 6 A in tre decimi di secondo. Qual è il valore medio della f.e.m. indotta nell'avvolgimento secondario?

Soluzione:

La f.e.m. indotta nel secondario, quando varia la corrente a primario, è data dalla formula:

$$E_{21} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

Ricordando anche la relazione: $M = \frac{\Phi}{I}$ ed $E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

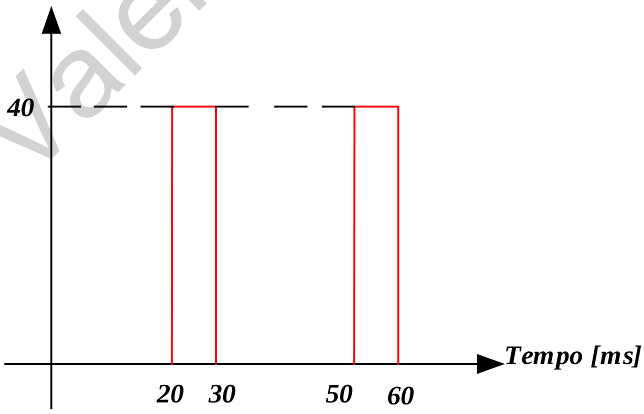
Si ricava che M=0,3H e che

$$E_{21} = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -0{,}3\cdot\frac{6-10}{0{,}3} = -(-4) = +4V$$

11.7 Esercizio 7 (grandezze periodiche)

Della grandezza periodica rappresentata a lato, si calcolino:

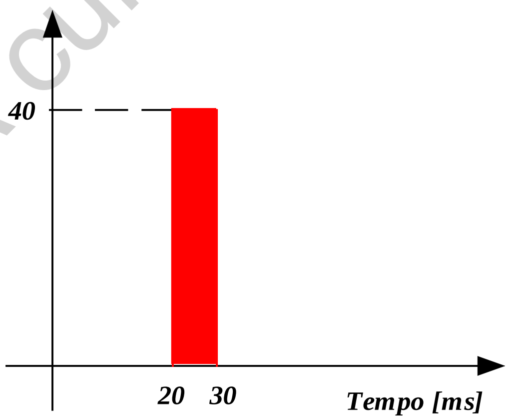
- Il valor medio;
- Il valor medio nel semiperiodo;
- Il valore efficace

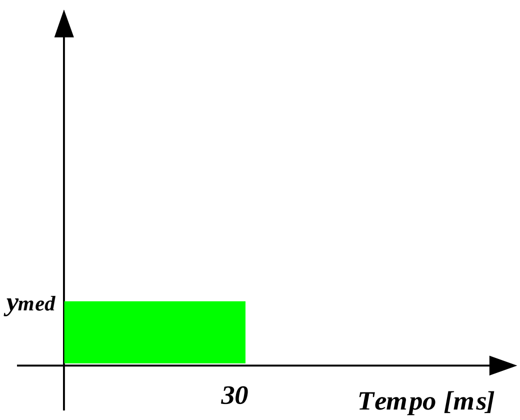


Soluzione:

Calcolo il valor medio.

Determinare il valore medio della grandezza periodica, significa trovare il valore y_{med} che rende uguale l'area del rettangolo di destra e quella del rettangolo di sinistra nella figura qui sotto:





Il primo (quello rosso) ha altezza Y_M e base T (periodo) e indica l'area della curva che rappresenta il segnale nel periodo.
Quest'area vale:

$$A_1 = Y_M \cdot T = Y_M \cdot (t_2 - t_1) = 40 \cdot \left(30 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3}\right) = 40 \cdot 10 \cdot 10^{-3} 400 \cdot 10^{-3} = 0{,}4$$

L'altro rettangolo (quello verde) rappresenta l'area che avrebbe la forma d'onda se fosse costante per tutto il periodo (non solo laddove il segnale non è nullo):

$$A_2 = y_M \cdot T = \frac{40 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-3}} = \frac{40}{3} = 13{,}3$$

Il valor medio risulta quindi $13{,}3$

<u>Calcolo il valor medio nel semiperiodo.</u>
Siccome l'andamento temporale della grandezza data non è simmetrico nel periodo T, non esiste un semiperiodo. Non essendoci nessun semiperiodo non è possibile calcolare il valor medio nel semiperiodo.

<u>Calcolo il valore efficace.</u>
Il valore efficace si ricava, in queste condizioni, uguagliando le due aree:

$Y_M^2 \cdot (t_2 - t_1) = y_M^2 \cdot T$ da cui si ricava:

$$40^2 (30 - 20) \cdot 10^{-3} = y_M^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \rightarrow y_M^2 = \frac{40^2 (30 - 20) \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-3}} \rightarrow y_M = \sqrt{\frac{40^2 (30 - 20) \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-3}}} = 23{,}09$$

Il valore efficace richiesto risulta essere di 23,09.

11.8 Esercizio 8 (reattanza induttiva)

Si trovi quale valore deve avere un'induttanza, funzionante alla frequenza di 50Hz, affinché la corrente che la attraversa valga 2 A quando la tensione applicata è di 200V.

Soluzione:
Come si intuisce dal testo, il circuito in esame è costituito solo da un generatore di tensione (variabile nel tempo) di valore massimo 200V e da un induttore di valore sconosciuto, nel quale devono scorrere 2 A di corrente.
Applicando la legge di Ohm per l'alternata si ricava che:

$v = Z \cdot i$, dove $Z = X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$

Per prima cosa ricavo dunque il valore di Z e poi, con la formula inversa quello di L.
Inizio con calcolare Z:

$$v = Z \cdot i \rightarrow Z = \frac{v}{i} = \frac{200}{2} = 100\Omega$$

Sapendo che X_L vale 100Ω, ricavo L:

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{100}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} = 0{,}318H = 318mH$$

11.9 Esercizio 9 (reattanza capacitiva)

Quale valore deve avere la capacità di un condensatore affinché, alla frequenza di 100Hz, la sua reattanza sia la stessa di un'induttanza L=0,2H alla stessa frequenza?

Soluzione:
Per ricavare il valore della capacità, devo prima ricavare quello della reattanza capacitiva. Questo valore sarà pari a quello della reattanza induttiva dell'induttore L.
Calcolo dunque X_L:

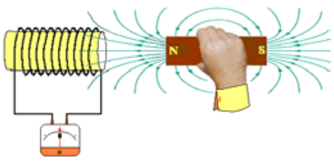
$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 0{,}2 = 125{,}6\Omega$$

Dal testo si ricava che anche X_C vale 125,6Ω; quindi si ricava il valore della capacità C:

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \rightarrow C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 125{,}6} = 0{,}0000127F = 0{,}0127\mu F = 12{,}7\,pF$$

11.10 Esercizio 10 (elettromagnetismo e forza di Lenz)

Con riferimento alla figura a lato, se si avvicina il polo Nord alla bobina, vedrai deviare l'ago dell'amperometro verso destra o verso sinistra?
Perché?

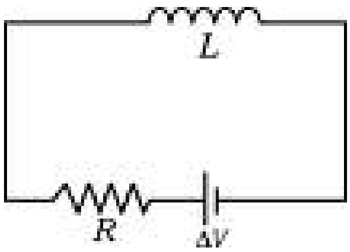


Soluzione:

L'ago devia verso destra.
Per la legge di Lenz nel solenoide deve circolare un corrente in senso antiorario (nella spira rivolta verso il polo Nord del magnete) in modo da esercitare una repulsione sul polo Nord

11.11 Esercizio 11 (elettromagnetismo e forza di Lenz)

Nel circuito seguente sono presenti un'induttanza L ed una resistenza R.
Perché si parla di costante di tempo del circuito ? Qual è il suo valore? (effettua la verifica dimensionale).
Scrivi il valore dell'intensità di corrente in funzione del tempo , tenendo conto anche dei fenomeni transitori che avvengono nella fase di chiusura e nella fase di apertura. Traccia un grafico qualitativo della suddetta funzione



Soluzione:

Non appena si chiude il circuito, a causa del fenomeno dell'autoinduzione, si genera una extracorrente di chiusura : la corrente non raggiunge immediatamente il valore di regime $I_0 = \frac{\Delta V}{R}$, ma vi arriva teoricamente in modo asintotico (cioè avvicinandosi sempre, ma senza raggiungerlo mai); in pratica la corrente assume il valore di regime dopo un tempo più o meno lungo, dipendente dai valori di L e di R .
La funzione che descrive il fenomeno è:

$$I = I_o(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

La quantità τ =L/R, che ha le dimensioni di un tempo, è l'intervallo di tempo dopo il quale la corrente è uguale a:
I= $I_o(1 - e^{-1})$, cioè circa il 63% del valore di regime.

Dopo un tempo pari a 4 o 5 volte quello della costante di tempo la corrente è praticamente uguale a I_0.

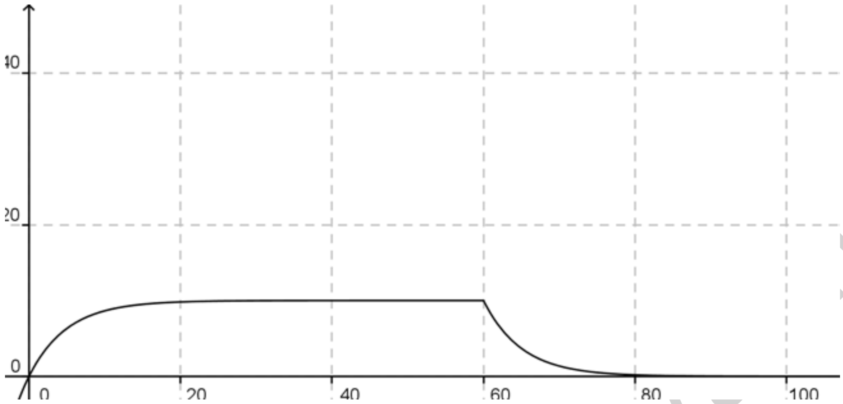
Analogamente , non appena si apre il circuito, si genera un extracorrente di apertura : nel circuito continua a circolare corrente per un tempo più o meno lungo , pari 4 o 5 volte quello della costante di tempo.

$$I = I_o e^{-\frac{R}{L}t}$$

I due fenomeni sono transitori, proprio perché le due extracorrenti tendono ad esaurirsi.

Verifica dimensionale :
L si misura in Henry = Weber/ Ampère
R si misura in Ohm = Volt/ Ampère
L/R si misura in Weber/Volt = Volt*secondi/Volt = secondi

Grafico I vs t



11.12 Esercizio 12

12 Allegato 1: costanti dielettriche

La tabella sottostante riporta le più importanti caratteristiche dielettriche di alcuni materiali isolanti.

Costante dielettrica assoluta del vuoto ε_0 = **8,854·10⁻¹²** [F/m]		
Mezzo dielettrico	Costante dielettrica relativa	Rigidità dielettrica [kV/mm]
Aria secca (alla pressione di 1 [bar])	**1,0006**	**3**
Acqua pura	**81,07**	**15**
Olio minerale	**2,2 ÷ 2,5**	**7,5 ÷ 16**
Olio per trasformatori	**2 ÷ 2,5**	**12 ÷ 17**
Bachelite	**5,5 ÷ 8,5**	**10**
Carta comune	**2**	**6**
Carta paraffinata	**2,5 ÷ 4**	**40 ÷ 50**
Carta da condensatori	**5 ÷ 5,5**	**30**
Gomma	**2,2 ÷ 2,5**	**15 ÷ 40**
Mica	**6 ÷ 8**	**50 ÷ 100**
Polietilene	**2,3**	**50**
Porcellana	**4 ÷ 7**	**12 ÷ 30**
Vetro	**6 ÷ 8**	**25 ÷ 100**
Ossido di titanio	**90 ÷ 170**	**5**
Titanati di Ba-Sr	**1000 ÷ 10000**	**5**