Teoria Professionale

Elettrotecnica per il 1^ anno

1

A cura del Prof. Valerio Zavagno

Sommario

1. La struttura della materia 5
1.1. L'atomo 5
1.2. Struttura dell'atomo 5
1.3. Carica elettrica 5
1.4. Legge di Coulomb 6
Formulazione 6
2. Materia ed elettricità 7
2.1. Caratteristiche dei conduttori 7
3. Potenziale elettrico e differenza di potenziale 8
4. Corrente elettrica 9
5. Densità di corrente elettrica 9
6. Resistenza elettrica e prima legge di Ohm 9
7. Seconda legge di Ohm 10
7.1. Dipendenza dalla temperatura 11
Nei metalli 11
Nei semiconduttori 11
Nei superconduttori 11
8. Potenza elettrica 11
9. Energia elettrica 12
10. Resistenze in serie 13
10.1. Esercizio guida 1 (resistenze in serie) 14
10.2. Esercizio guida 2 (resistenze in serie) 15
11. Resistenze in parallelo 16
11.1. Esercizio guida 3 (resistenze in parallelo) 18
11.2. Esercizio guida 4 (resistenze in parallelo) 19
11.3. Esercizio guida 5 (collegamento misto) 21
12. Partitore resistivo di tensione 22
12.1. Esercizio guida 6 (partitore resistivo di tensione) 23
12.2. Esercizio guida 7 (partitore resistivo di tensione) 24
12.3. Esercizio guida 8 (circuito elettrico misto) 25
13. Teoremi di Kirchhoff 29
13.1. Primo principio di kirchhoff (principio dei nodi o delle correnti) 30

13.2. Secondo principio di kirchhoff (principio maglie o delle tensioni)......................31
13.3. Significato delle legge di Ohm 33
13.4. Esercizio guida 9 (equazioni di Kirchhoff)..34
14. Comportamento lineare in regime stazionario..39
14.1. Esercizio guida 10 (circuito con interruttore) 39
15. Principio di sovrapposizione degli effetti (P.S.E.)..41
15.1. Esercizio guida 11 (P.S.E.)...41
16. Trasformazioni energetiche...44
16.1. Effetto Joule 45
17. Campo elettrico...46
18. Il condensatore 47
18.1. Capacità di un condensatore...48
18.2. Carica di un condensatore...48
18.3. Scarica di un condensatore 50
19. Collegamento di condensatori...51
19.1. Collegamento in serie..51
19.2. Condensatori in parallelo...52
19.3. Esercizio guida 12 (serie e parallelo di condensatori) 53
20. Eserciziario (con soluzione) 54
20.1. Esercizio 1 (prima legge di Ohm) 54
20.2. Esercizio 2 (prima legge di Ohm) 54
20.3. Esercizio 3 (prima legge di Ohm) 54
20.4. Esercizio 4 (seconda legge di Ohm)...54
20.5. Esercizio 5 (seconda legge di Ohm)...55
20.6. Esercizio 6 (collegamenti in serie e parallelo) 55
20.7. Esercizio 7 (collegamenti in serie e parallelo) 56
20.8. Esercizio 8 (collegamenti in serie e parallelo) 57
20.9. Esercizio 9 (serie-parallelo, partitore)..58
20.10. Esercizio 10 (circuito con un interruttore)..61
20.11. Esercizio 11 (circuito con più interruttori) 63
20.12. Esercizio 12 (principi di Kirchhoff)...68
20.13. Esercizio 13 (principio di sovrapposizione degli effetti)....................................71
20.14. Esercizio 14 (effetto Joule)...73
20.15. Esercizio 15 (seconda legge di Ohm) 73

21. Eserciziario (senza soluzione) 74
21.1. Esercizio 1 74
21.2. Esercizio 2 74
21.3. Esercizio 3 74
21.4. Esercizio 4 75
21.5. Esercizio 5 75
21.6. Esercizio 6 75
21.7. Esercizio 7 75
21.8. Esercizio 8 76
21.9. Esercizio 9 76
21.10. Esercizio 10....76
21.11. Esercizio 11....77
21.12. Esercizio 12....77
21.13. Esercizio 13....77
21.14. Esercizio 14....78
21.15. Esercizio 15....78
21.16. Esercizio 16....79
21.17. Esercizio 17....79
21.18. Esercizio 18....79
21.19. Esercizio 19....80
21.20. Esercizio 20....80
22. Allegato 1: tabelle di resistività e caratteristiche elettriche dei materiali più comuni.81

1. La struttura della materia

1.1. L'atomo

Con la parola atomo (dal greco *a-tomòs*: non divisibile), si intende la parte che per lungo tempo è stata ritenuta la più piccola di ogni oggetto, di ogni corpo, della materia.

Possiamo pensare all'atomo come al mattoncino di "lego" più piccolo che, combinato assieme a tanti altri mattoncini simili a lui, permette di realizzare anche le costruzioni più complicate.

1.2. Struttura dell'atomo

Ogni atomo, dal più semplice al più complesso, è formato da un **nucleo** e da un certo numero di **elettroni** (particelle con carica negativa) che girano attorno al nucleo stesso. Il nucleo è composto da due tipi di particelle:

- **protoni** con carica positiva;
- **neutroni** privi di carica

In ogni atomo il numero di protoni è sempre uguale al numero di elettroni; a causa di questo fatto l'atomo risulta nel suo complesso privo di carica, poiché ogni carica positiva presente nel nucleo è bilanciata da una carica negativa che gli orbita attorno.

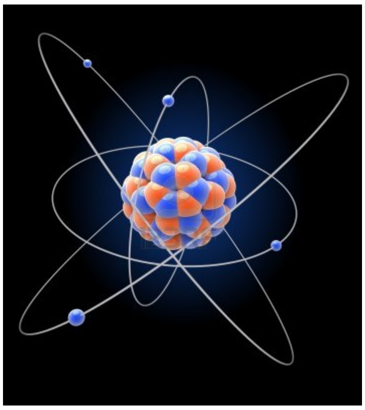


Figura 1: esempio di atomo

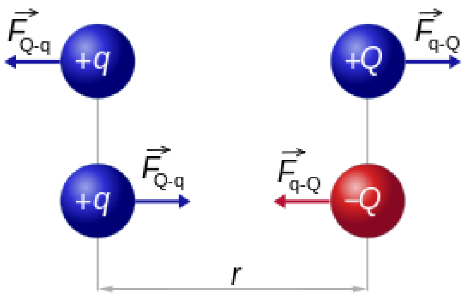
1.3. Carica elettrica

In fisica, la carica elettrica è una grandezza scalare dotata di segno, ed è una proprietà fondamentale della materia. La carica elettrica è responsabile dell'interazione elettromagnetica, essendo sorgente del campo elettromagnetico.

La carica elettrica è una grandezza quantizzata, ossia essa esiste solo in forma di multipli di una quantità fondamentale: la carica dell'elettrone, che viene definita come negativa ed indicata con e^-. Nel Sistema internazionale di unità di misura l'unità di carica è il coulomb che corrisponde a $6{,}24 \cdot 10^{18}$ elettroni

1.4. Legge di Coulomb

In fisica, la forza di Coulomb, descritta dalla legge di Coulomb, è la forza esercitata dal campo elettrico la cui sorgente è dunque la carica elettrica. Si tratta della forza che agisce tra oggetti elettricamente carichi (ad esempio due cariche elettriche), ed è operativamente definita dal valore dell'interazione tra due cariche elettriche puntiformi e ferme nel vuoto.



$$|\vec{F}_{Q\text{-}q}| = |\vec{F}_{q\text{-}Q}| = k\,\frac{|q \times Q|}{r^2}$$

La forza di Coulomb è repulsiva nel caso le cariche abbiano segno uguale, attrattiva altrimenti.

Formulazione

Si considerino due cariche puntiformi interagenti, il cui valore (positivo o negativo) è indicato con q_1 e q_2, nelle posizioni r_1 e r_2. La forza di Coulomb è la forza esercitata da q_2 su q_1 (o, in modo equivalente, da q_1 su q_2), e ha l'espressione:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{d^2}$$

dove: k è la costante di Coulomb, che è pari a: k=8,987*10^{9}Nm^2/C^2; d è la distanza tra le cariche.

La forza tra due cariche è proporzionale al prodotto dei loro valori q_1 e q_2, inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza, ed è diretta come la congiungente r_1 - r_2 delle due cariche. Si tratta di una forza repulsiva nel caso le cariche abbiano segno uguale, attrattiva altrimenti.

2. Materia ed elettricità

Dal punto di vista elettrico, tutta la materia si divide in tre categorie ben distinte, in base al comportamento elettrico del materiale. Queste categorie sono:

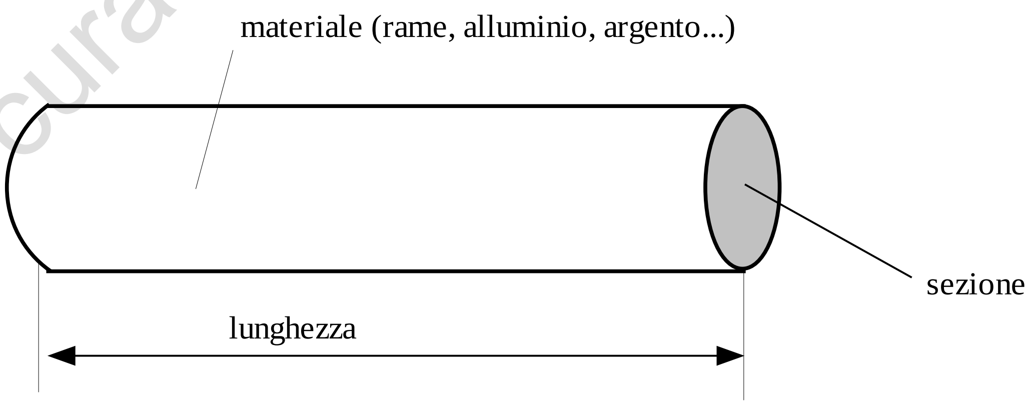
- gli **isolanti**: materiali che non permettono alla carica elettrica di attraversarli;
- i **semiconduttori**: materiali che, a seconda delle condizioni, lasciano passare o non lasciano passare la carica elettrica al loro interno;
- **conduttori**: materiali che permettono alla carica elettrica di attraversarli con facilità in ogni condizione.

Tutti e tre i tipi di materiale trovano impiego negli impianti elettrici: i conduttori vengono usati per collegare tra loro le diverse parti che compongono il circuito; gli isolanti per impedire alla corrente elettrica di prendere "strade sbagliate" e per proteggere dal contatto accidentale che potrebbe causare danni alle persone o all'impianto stesso; i semiconduttori trovano larghissimo impiego nelle apparecchiature elettroniche, che spesso governano alcuni componenti di impianti elettrici.

2.1. Caratteristiche dei conduttori

I materiali conduttori si usano per realizzare gli impianti elettrici, collegando tra loro i diversi componenti che sono necessari alla sua operatività. Di questi materiali viene sfruttata la capacità di lasciar passare le cariche elettriche. Le caratteristiche fisiche di un conduttore riguardano:

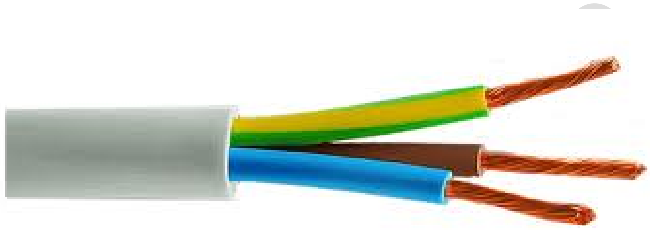
- la sua lunghezza
- la sua sezione
- il materiale con cui è realizzato



Come vedremo più avanti, le caratteristiche fisiche dei conduttori influiscono molto sulle loro condizioni di utilizzo.

Come detto poco fa, anche gli isolanti trovano il loro impiego negli impianti elettrici, infatti ogni conduttore è ricoperto da una guaina isolante in PVC (Poli Vinil Cloruro). Questa guaina ha almeno due funzioni: la prima è di isolare elettricamente il cavo, in modo che esso non vada a fare contatto con altre parti metalliche (rischiando di fare danni all'impianto), o che non lo si possa toccare direttamente noi (con il rischio di rimanere folgorati); la seconda funzione, non meno importante è che, avendo colori diversi e ben specificati, ogni guaina permette di identificare il cavo (o meglio la sua funzione).

La guaina isolante giallo-verde si usa solo per il cavo destinato ad avere la funzione di protezione o di "cavo di terra" (vedremo più avanti cosa vuole dire e che le due cose non sono troppo diverse);



la guaina isolante blu viene impiegata per il cavo che è destinato a funzionare come "cavo di neutro" (vedremo più avanti cosa vuole dire);

le guaine di colore nero, marrone o grigio vengono impiegate per i conduttori che dovranno funzionare come "cavi di fase" (vedremo più avanti cosa vuole dire).

3. Potenziale elettrico e differenza di potenziale

Pensa ad una mela che cade da un albero. La mela attaccata al ramo ha una certa energia (che si chiama **energia potenziale**) che la fisica ci dice essere :

$$E = m \cdot g \cdot h$$

Dove "E" è l'energia (potenziale), "m" è la massa della mela (nell'esempio, dell'oggetto in generale), "h" è l'altezza a cui si trova e "g" è una costante (**accelerazione di gravità**) che vale sempre 9,81 metri al secondo quadrato (m/s^2).

Come abbiamo visto nelle pagine precedenti, una carica elettrica corrisponde ad un elettrone o ad un protone, che avrà una certa energia potenziale. Questa energia è calcolata rispetto alla "terra" (intesa come "zero" elettrico e non come suolo o pavimento). L'energia potenziale della singola carica si chiama **potenziale elettrico** e si misura in **volt** [V] in onore dello scienziato italiano Alessandro Volta che inventò la prima pila elettrica.

Nella pratica dei circuiti elettrici, più che il potenziale elettrico, interessa la **differenza di potenziale** (o tensione o voltaggio) tra due punti dello spazio o di un circuito aventi diverse energie potenziali. La differenza di potenziale si misura in volt [V] e può essere indicata anche con la sigla d.d.p. (che sta appunto per differenza di potenziale).

4. Corrente elettrica

Come abbiamo già detto, gli elettroni sono cariche elettriche (negative). E' conoscenza comune che le pile (generatori di differenza di potenziale o di tensione) hanno due polarità: positiva e negativa. Se tra questi **poli** creo un percorso chiuso realizzato con materiale conduttore, allora tutte le cariche negative (cioè gli elettroni) saranno attirate verso il polo positivo e potranno muoversi all'interno del percorso chiuso.

La **corrente elettrica è un flusso ordinato di elettroni che si genera in un conduttore sottoposto a differenza di potenziale.**

L'intensità di corrente elettrica (comunemente corrente elettrica) si misura in ampère [A], in onore dello scienziato francese Andrè-Marie Ampère, che condusse importanti esperiment sulla corrente.

5. Densità di corrente elettrica

In elettromagnetismo la densità di corrente elettrica è il vettore il cui flusso attraverso una superficie rappresenta la corrente elettrica che attraversa tale superficie.

Nel Sistema internazionale di unità di misura (SI) si misura in ampere/metro quadrato $\left[\frac{A}{m^2}\right]$.

Come vedremo più avanti, esistono severe normative che stabiliscono i valori massimi di densità di corrente elettrica per i conduttori.

6. Resistenza elettrica e prima legge di Ohm

Come abbiamo visto poco fa, ponendo sotto tensione un conduttore che forma un percorso chiuso, al suo interno si genera un flusso di cariche elettriche chiamato corrente elettrica.

Si definisce **resistenza elettrica il rapporto tra la differenza di potenziale applicata e l'intensità di corrente che si genera:**

$$R = \frac{V}{I}$$

dove R indica la resistenza elettrica, V la tensione e I l'intensità di corrente elettrica.

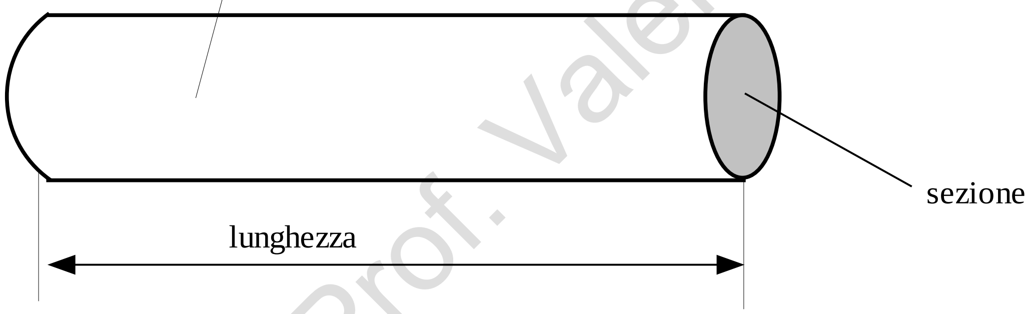
La resistenza elettrica si misura in ohm [Ω], in onore dello scienziato tedesco che ha scoperto la relazione scritta qui sopra, che prende il suo nome.

Infatti **la prima legge di Ohm** è la trasposizione matematica della formula precedente e si scrive così:

$V = R \cdot I$ le cui formule inverse sono: $I = \frac{V}{R}$ e la già scritta $R = \frac{V}{I}$

7. Seconda legge di Ohm

Consideriamo un conduttore qualunque. Sarà stato realizzato usando un materiale con buone caratteristiche elettriche e avrà dimensioni fisiche note, come ad esempio riportato in figura:



Per sapere quale sarà il valore della resistenza elettrica di un conduttore, sapendo le sue dimensioni fisiche e in quale materiale è realizzato, si può utilizzare la formula della **seconda legge di Ohm:**

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

dove abbiamo indicato con la lettera R la resistenza elettrica, con la lettera l la lunghezza del conduttore e con la lettera S la sezione dello stesso. La sezione del conduttore è l'area della figura che si ottiene tagliando il conduttore perpendicolarmente alla sua lunghezza.

Con la lettera ρ (ro), invece, abbiamo indicato una costante caratteristica di ogni materiale che si chiama resistività, la sua unità di misura è ohm per millimetri quadri su metri $\left[\Omega \cdot \frac{mm^2}{m}\right]$.

Ogni materiale ha il suo valore di resistività: più è basso questo valore, migliore è il materiale come conduttore elettrico. Il materiale più usato per realizzare i conduttori è il rame perché rappresenta il miglior compromesso tra valore di resistività e costo; ci sono materiali che hanno resistività più bassa del rame, ma hanno costi decisamente molto più elevati (oro, argento e platino per fare degli esempi).

Il valore di resistività del rame è

$$\rho = 0{,}0171\Omega\frac{mm^2}{m}$$

7.1. Dipendenza dalla temperatura

Nei metalli

La resistività di un metallo aumenta all'aumentare della temperatura:

$$\rho = \rho_0\left[1+\alpha\left(T-T_0\right)\right]$$

dove ρ è la resistività e T la temperatura, mentre ρ_0 è la resistività del metallo alla temperatura T_0 di riferimento, solitamente 20 °C, α è il coefficiente termico dipendente dal materiale. Nella grafite e nelle soluzioni la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura. Nella costantana (lega binaria di rame e nichel), la resistività non varia al variare della temperatura.

Nei semiconduttori

La resistività di un semiconduttore diminuisce esponenzialmente con l'aumentare della temperatura.

Nei superconduttori

Alcuni materiali, detti superconduttori, quando vengono portati al di sotto della loro temperatura critica, assumono un resistività uguale a zero, cioè non offrono alcuna resistenza al passaggio della corrente. Al di sopra della temperatura critica, con l'aumentare della temperatura aumenta la resistività.

8. Potenza elettrica

La potenza elettrica è il prodotto fra la tensione (o differenza di potenziale)e l'intensità di corrente:

$$P = V \cdot I$$

La potenza elettrica **si misura in watt [W].** La potenza elettrica può essere espressa anche attraverso altre formule; ad esempio sostituendo la legge di Ohm a V o ad I si ottengono altre due espressioni che forniscono la potenza:

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad \text{oppure} \qquad P = R \cdot I^2$$

9. Energia elettrica

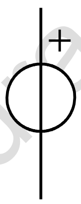
Come tutte le forme di energia, rappresenta una potenza che dura nel tempo:

$$E = P \cdot t$$

Bisogna distinguere una cosa, però: quello che paghiamo in bolletta a chi ci fornisce elettricità, non è la potenza, ma l'energia elettrica consumata; per questo motivo la voce che vediamo in bolletta è espressa in **kilowattora** (cioè le migliaia di watt consumate per tutte le ore di funzionamento dell'impianto).

OSSERVAZIONE 1: per capire in modo più intuitivo com'è fatto un circuito elettrico, possiamo immaginare questo paragone: un circuito elettrico è come un impianto dell'acqua in cui la pompa che fa girare l'acqua stessa (o la pendenza che la fa scorrere) è il generatore di tensione, il tubo in cui scorre l'acqua è il conduttore, l'acqua è la corrente elettrica e l'attrito che l'acqua incontra è la resistenza. In pratica il generatore (la pompa o la pendenza) è quello che dà la "spinta" alla corrente (l'acqua) per farla scorrere lungo il circuito (tubi).

OSSERVAZIONE 2: nel seguito useremo i seguenti simboli con il significato qui indicato:

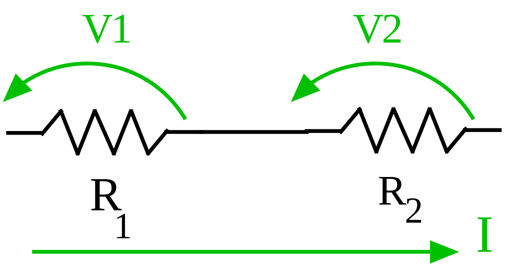


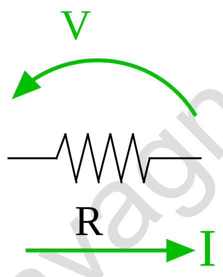
generatore di tensione

resistenza elettrica

10. Resistenze in serie

Per definizione **due o più resistenze sono collegate in serie quando sono attraversate dalla stessa intensità di corrente.** Questo implica che la strada che la corrente può percorrere tra una resistenza è una sola, non ci sono possibili deviazioni





Come si fa a calcolare la resistenza totale di due resistenze in serie? Vogliamo trovare una resistenza che se messa al posto delle due (o più) in serie, faccia funzionare il circuito allo stesso modo, cioè il resto del circuito non si deve accorgere del cambio.

La tensione totale è V_{tot} è pari alla somma delle tensioni:

$$V_{tot} = V_1 + V_2$$

Le due resistenze R_1 ed R_2 sono attraversate dalla stessa corrente I poiché sono collegate in serie. Allora posso esprimere le due tensioni V_1 e V_2 in funzione delle resistenze e della corrente scrivendo la legge di Ohm per le due resistenze:

$$V_1 = R_1 \cdot I \qquad V_2 = R_2 \cdot I \qquad\qquad V_{tot} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

Adesso, con un poco di matematica, raccogliendo a fattor comune il valore I della corrente, si ricava:

$$V_{tot} = (R_1 + R_2) \cdot I$$

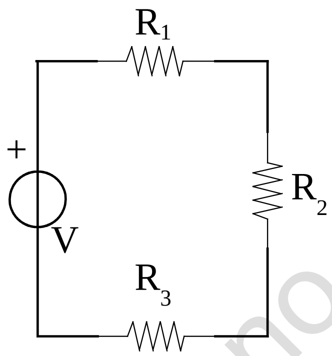
Ricordando che la resistenza è il rapporto tra la tensione applicata e la corrente che scorre, si ricava il valore della resistenza equivalente:

$$R_{tot} = \frac{V_{tot}}{I} = R_1 + R_2$$

La resistenza equivalente di due (o più) **resistenze in serie è pari alla somma delle resistenze che compongono la serie; il suo valore è sempre maggiore del maggiore tra quelli che compaiono nella serie** (e del resto è normale… ci stai aggiungendo dell'altro…)

10.1. Esercizio guida 1 (resistenze in serie)

Dato il circuito di figura determinare il valore di R_{tot} e di I_{tot} sapendo che: R_1=50Ω; R_2=30Ω; R_3=20Ω e che il generatore V=200V

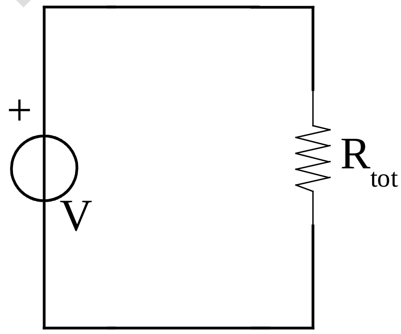


Soluzione

Per prima cosa osservo che nel circuito la corrente può percorrere una sola strada, cioè non si può dividere, quindi le resistenze sono collegate in serie. Essendo collegate in serie, la resistenza totale è la somma di tutte le resistenze del circuito. Allora:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 = 50 + 30 + 20 = 100\Omega$$

Al circuito dato, quindi si può sostituire il circuito qui accanto, senza che si avvertano differenze. Dal punto di vista elettrico i due circuiti sono assolutamente identici e tutto funziona allo stesso modo.

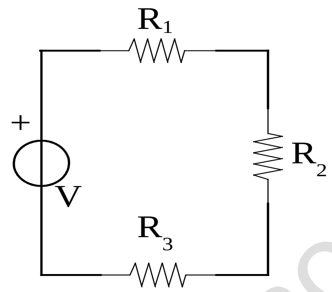


Per calcolare la corrente totale erogata dal generatore basta applicare la formula inversa della legge di Ohm per la corrente:

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{200}{100} = 2A$$

10.2. Esercizio guida 2 (resistenze in serie)

Dato il circuito di figura, con i valori di seguito riportati, calcolare i valori di V_1,V_2 e V_3 sulle singole resistenze R_1, R_2 ed R_3;



V=200V; R_1=50Ω, R_2=30Ω ed R_3=20Ω

Soluzione

Per calcolare la c.d.t. (caduta di tensione) sulle singole resistenze, devo sapere quanta corrente le attraversa. Le resistenze sono collegate in serie (non ci sono nodi nel circuito) e quindi è la stessa per tutte. Per sapere quanto vale calcolo prima la resistenza totale e poi la corrente con la formula inversa della legge di Ohm. Quindi calcolo R_{tot}:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 = 50 + 30 + 20 = 100\Omega\,;$$

Calcolo la corrente totale:

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{200}{100} = 2A$$

Quindi le singole tensioni valgono (con la legge di Ohm):

$$V_1 = R_1 \cdot I = 50 \cdot 2 = 100V\,; \qquad V_2 = R_2 \cdot I = 30 \cdot 2 = 60V\,; \qquad V_3 = R_3 \cdot I = 20 \cdot 2 = 40V$$

OSSERVAZIONE:

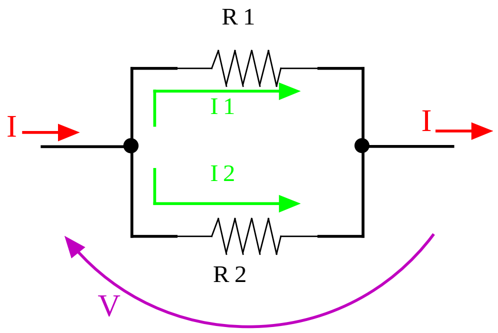
La somma delle tensioni V_1, V_2 e V_3 è pari alla tensione del generatore V e vedremo che non è un caso.

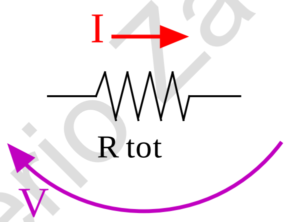
11. Resistenze in parallelo

Per definizione **due o più resistenze sono collegate in parallelo se sono sottoposte alla stessa tensione.**

Un altro modo per dare la definizione di resistenze in parallelo, si può fare ricorso alla definizione di nodo: un **nodo è un punto dell'impianto dove sono collegati tre o più conduttori; nei nodi la corrente si divide.**

Due resistenze sono collegate in parallelo se sono collegate direttamente tra gli stessi nodi.





La corrente che entra nel parallelo si divide (**non necessariamente a metà**) tra le resistenze che formano il parallelo; anzi è vero che c'è più corrente dove c'è minor resistenza. La corrente elettrica, infatti, sceglie sempre il percorso a minor resistenza.

Come fatto in precedenza per le resistenze in serie ci chiediamo se è possibile sostituire più resistenze in parallelo con una sola che "funzioni" allo stesso modo del parallelo. Dalla definizione di parallelo si osserva subito che le resistenze sono sottoposte tutte alla stessa tensione V, quindi attraverso la legge di Ohm (formula inversa per la corrente) posso calcolare la corrente che scorre in ogni singolo ramo:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}; \qquad\qquad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

ma è anche vero che la corrente totale è la somma delle correnti dei singoli rami:

$$I_{tot} = I_1 + I_2$$

Applicando un po' di matematica si può scrivere (sostituendo nell'ultima equazione le prime due):

$$I_{tot} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

Ancora grazie alla matematica, si raccoglie V a fattor comune (dato che uguale per tutte le resistenze), e si ottiene:

$$I_{tot} = V \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Facendo il minimo comune multiplo nella parentesi, si ottiene:

$$I_{tot} = V \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

A questo punto si divide a destra e a sinistra per V:

$$\frac{I_{tot}}{V} = \frac{V \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right)}{V} = \frac{V}{V} \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

Semplificando la frazione dopo l'uguale si ottiene:

$$\frac{I_{tot}}{V} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

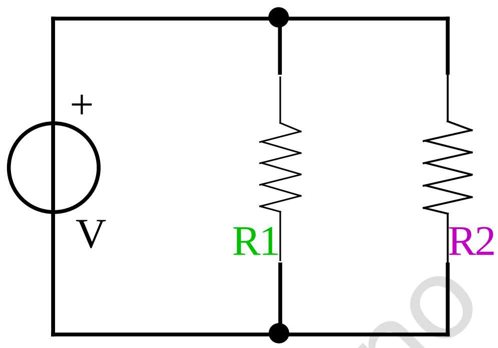
Ricordando che la resistenza è $\frac{V}{I}$ e non $\frac{I}{V}$, basta ribaltare il risultato ottenuto per arrivare a conclusione, ottenendo la **resistenza equivalente (o totale) di più resistenze in parallelo**:

$$R_{tot} = \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

11.1. Esercizio guida 3 (resistenze in parallelo)

Dato il circuito di figura, calcolare il valore della corrente nelle singole resistenze R_1ed R_2 ed il valore della resistenza totale del circuito, essendo:

V=250V; R_1=300Ω; R_2=100Ω



Soluzione

Osservo che le due resistenze R_1 ed R_2 sono collegate direttamente tra gli stessi nodi; quindi le due resistenze sono collegate in parallelo e ciò significa che sono sottoposte alla stessa tensione.

Il valore di tensione cui sono sottoposte le due resistenze è quello del generatore V che è collegato anch'esso agli stessi nodi.

Per calcolare il valore della corrente che passa nelle singole resistenze, allora, è sufficiente applicare la formula inversa della legge di Ohm:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{250}{300} = 0{,}83A; \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{250}{100} = 2{,}5A$$

La resistenza totale si calcola con la formula del parallelo di resistenze:

$$R_{tot} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} = \frac{30000}{400} = 75\Omega$$

OSSERVAZIONE 1:

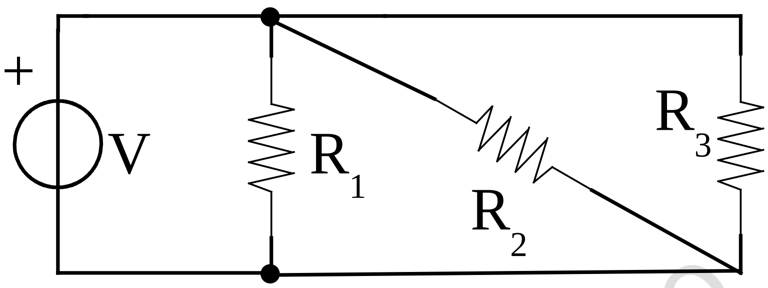
Se prova a calcolare la corrente totale come somma delle due correnti oppure con la legge di Ohm attraverso la resistenza totale, ottengo lo stesso risultato; a riprova del fatto che la resistenza totale è assolutamente equivalente alle resistenze del parallelo (il generatore non si accorge della differenza) e che la corrente del generatore che entra nel nodo superiore si divide tra R_1 ed R_2 in modo inversamente proporzionale alla resistenza.

OSSERVAZIONE 2:

la corrente si ripartisce in modo inversamente proporzionale alla resistenza che trova sul percorso: in R_1, che è più piccola di R_2, passa più corrente; di più: R_1 è pari ad 1/3 di R_2 e viene attraversata da una corrente che è (a meno di piccoli arrotondamenti) 3 volte più grande (0,83*3=2,5).

11.2. Esercizio guida 4 (resistenze in parallelo)

Dato il circuito di figura, calcolare il valore della resistenza totale, della corrente totale e delle singole correnti che attraversano le singole resistenze, essendo: V=400V; R_1=50Ω; R_2=100Ω; R_3=100Ω.



Soluzione

Osservando il circuito, noto che le tre resistenze sono collegate in parallelo tra loro e in parallelo al generatore. Il fatto che R_2 sia messa di traverso non vuol dire nulla, perché è sempre collegata tra gli stessi nodi delle altre due resistenze e del generatore.

Calcolo come prima cosa (perché è la prima domanda) il valore della resistenza totale. Per farlo, posso fare direttamente il parallelo fra le tre resistenze, oppure posso eseguire prima il parallelo tra R_2 ed R_3 e in un secondo momento fare il parallelo tra il risultato ed R_1.

Qualunque sia la strada seguita, si arriverà sempre allo stesso risultato.

1^ modo: si può dimostrare (con un po' di matematica) che la formula per calcolare il parallelo di tre resistenze è la seguente:

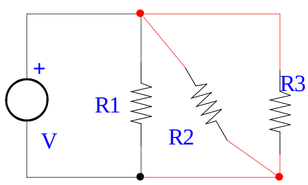
$$R_{tot} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Applicandola al nostro esercizio si ottiene:

$$R_{tot} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} = \frac{500000}{20000} = 25\Omega$$

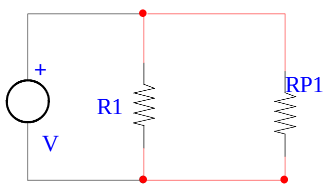
2^modo: inizio col calcolare il parallelo tra R_2 ed R_3, indicando il risultato con R_{P1}:

$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = \frac{10000}{200} = 50\Omega$$



Una volta calcolato il primo parallelo, procedo calcolando il secondo, tra R_1 ed R_{P1}:

$$R_{tot} = \frac{R_1 \cdot R_{P1}}{R_1 + R_{P1}} = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50} = \frac{2500}{100} = 25\Omega$$



OSSERVAZIONE: facendo il parallelo di due resistenze uguali, si ottiene una resistenza di valore pari a metà di quella di partenza.

Proseguendo l'esercizio, ora che conosco R_{tot}, calcolo il valore della corrente totale $I_{tot:}$

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{400}{25} = 16A$$

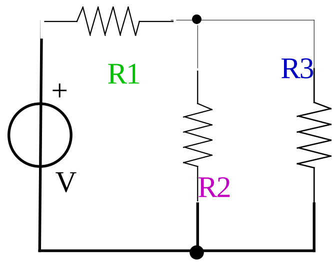
I valori delle singole correnti (che si potevano anche calcolare subito) sono dati dalla legge di Ohm (ricorda che su ciascuna resistenza è applicata la tensione V):

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{400}{50} = 8A\,;\quad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{400}{100} = 4A\,;\quad I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{400}{100} = 4A$$

OSSERVAZIONE: anche in questo caso la somma delle singole correnti è pari alla corrente totale e (salvo trascurabili errori di approssimazione) moltiplicando la singola resistenza per la corrente che la attraversa, si ottiene il valore della tensione del generatore.

11.3. Esercizio guida 5 (collegamento misto)

Dato il circuito di figura, calcolare il valore della resistenza totale e della corrente totale essendo: V=200V; R_1=100Ω; R_2=200Ω; R_3=400Ω.

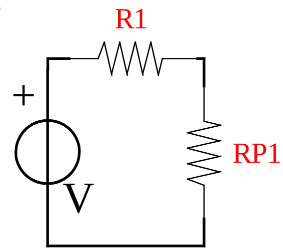


Soluzione

Osservando il circuito, noto che ci sono due nodi, tra i quali sono collegate le resistenze R_2 ed R_3; la resistenza R_1 non è collegata direttamente tra i due nodi perché, per raggiungere il nodo "di sotto", devo attraversare un altro componente (il generatore V). Se tra i nodi sono collegate direttamente le resistenze R_2 ed R_3, allora queste sono in parallelo tra loro; calcolo quindi il parallelo:

$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 400}{200 + 400} = \frac{80000}{600} = 133{,}33\Omega$$

Considerando il circuito "semplificato", osservo che non ci sono più nodi, quindi la corrente che attraversa le due resistenze R_1 ed R_{P1} è la stessa. Le due resistenze sono quindi collegate in serie; calcolo ora la resistenza totale:



$$R_{tot} = R_1 + R_{P1} = 100 + 133{,}33 = 233{,}33\Omega$$

A questo punto si ricava la corrente totale:

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{200}{233{,}33} = 0{,}8571428571...A$$

Tale valore di corrente può essere arrotondato o troncato (ad esempio alla seconda cifra dopo la virgola).

Arrotondamento:

I_{tot}=0,8571428571…A : considero la terza cifra dopo la virgola (la terza perché ho deciso di tenere le prime due);

I_{tot}=0,8571428571…A : siccome 7 è più grande di 5, allora il 5 che lo precede (la seconda cifra dopo la virgola in generale) aumenta di 1 e diventa 6;

I_{tot}=0,8571428571…A→ I_{tot}=0,86A

Se al posto del 7 ci fosse stato un numero minore di 5 (cioè uno qualunque tra 0 e 4), allora la seconda cifra decimale, cioè il 5 dell'esempio numerico, sarebbe rimasta così.

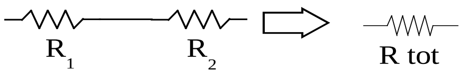
Troncamento:

Se decido di troncare il numero alla seconda cifra decimale, più semplicemente, lo ricopio fino a quella cifra e lascio perdere il resto (può capitare di fare un errore più grande, però)

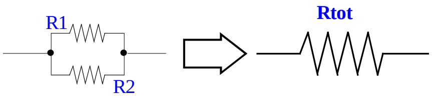
OSSERVAZIONE: Ripensando alla seconda legge di Ohm:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

ed ai collegamenti in serie e parallelo… "è un po' come se":

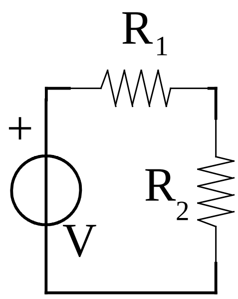
serie: 

aumentasse la lunghezza l e quindi il valore di R

parallelo: 

aumentasse la sezione S e quindi il valore di R diminuisse

12. Partitore resistivo di tensione



Consideriamo il semplice circuito riportato nella figura qui accanto. Come visto nell'esercizio guida sulle resistenze serie, la tensione del generatore V si ripartisce sulle due resistenze NON NECESSARIAMENTE IN PARTI UGUALI. Ora la domanda è: possibile calcolare COME si divide, cioè in quale misura? La risposta è SI e adesso vedremo come.

Iniziamo con il calcolare la resistenza totale. Le due resistenze sono in serie tra loro poiché il circuito è privo di nodi, quindi la resistenza totale è la somma delle due: $R_{tot} = R_1 + R_2$.

Di conseguenza il valore della corrente totale sarà: $I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}}$

Sostituendo al valore di R_{tot}, quello appena calcolato: $I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{V}{R_1 + R_2}$

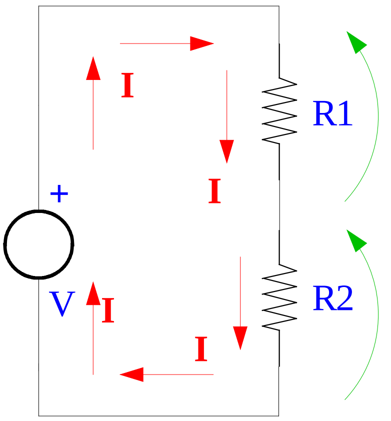
Il valore della tensione, sulla resistenza R_1 è dato, secondo la prima legge di Ohm, dalla formula $V = R \cdot I$, che applicata alla resistenza R_1 diventa $V_1 = R_1 \cdot I$

Sostituendo al valore della corrente, il valore appena sopra calcolato, si ha:

$$V_1 = R_1 \cdot I = R_1 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Analogamente per V_2 la formula sarà: $V_2 = R_2 \cdot I = R_2 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2}$

In conclusione, graficamente:



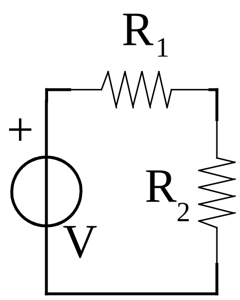
$$V_1 = R_1 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2}$$

$$V_2 = R_2 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2}$$

1.1

1.2

12.1. Esercizio guida 6 (partitore resistivo di tensione)



Dato il circuito di figura, senza calcolare il valore della corrente, determina il valore della tensione sulle due resistenze, essendo:

V=400V; R_1=200 Ω; R_2=100Ω

Soluzione

E' sufficiente applicare le formule del partitore resistivo appena viste.

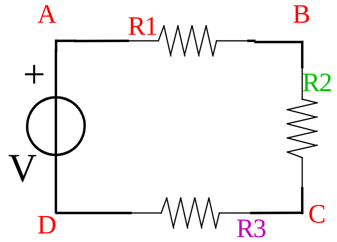
$$V_1 = R_1 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2} = 200 \cdot \frac{400}{200 + 100} = 200 \cdot \frac{400}{300} = 266{,}67V$$

$$V_2 = R_2 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2} = 100 \cdot \frac{400}{200 + 100} = 100 \cdot \frac{400}{300} = 133{,}33V$$

Come si nota, la somma di V_1 e V_2 è pari al valore di tensione del generatore V.

12.2. Esercizio guida 7 (partitore resistivo di tensione)

Dato il circuito di figura, senza calcolare il valore della corrente, determina i valori delle tensioni sulle resistenze R_1, R_2 ed R_3, essendo $V=200V$; $R_1=100\Omega$; $R_2=200\Omega$; $R_3=400\Omega$



Soluzione

Osservando che le resistenze in serie (in questo caso) sono tre, si può nuovamente applicare la regola del partitore resistivo:

$$V_1 = R_1 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = 100 \cdot \frac{200}{100 + 200 + 400} = 100 \cdot \frac{200}{700} = 28,57V$$

$$V_2 = R_2 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = 200 \cdot \frac{200}{100 + 200 + 400} = 200 \cdot \frac{200}{700} = 57,14V$$

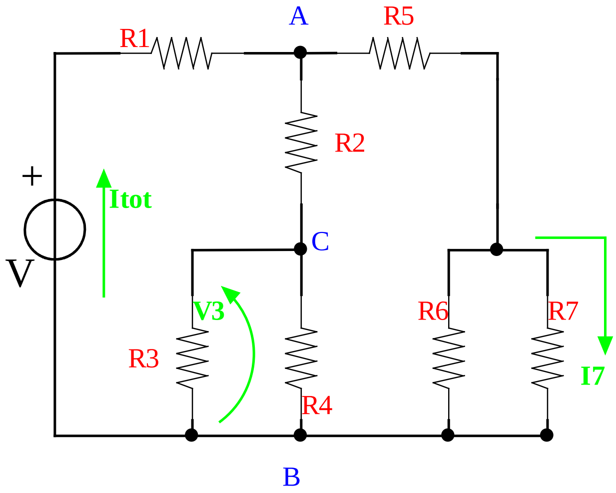
$$V_3 = R_3 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = 400 \cdot \frac{200}{100 + 200 + 400} = 400 \cdot \frac{200}{700} = 114,29V$$

Come si può osservare anche in questo caso la somma delle tensioni $V_1+V_2+V_3=V$, infatti:

28,57+57,14+114,29=200V

12.3. Esercizio guida 8 (circuito elettrico misto)

Con riferimento al circuito elettrico qui sotto riportato, determinare i valori della resistenza totale, della corrente totale, della tensione ai capi della resistenza R_3 ed il valore della corrente I_7 che attraversa la resistenza R_7



Dati:

V=400 V; R_1=10 Ω; R_2=20 Ω;

R_3=30 Ω; R_4=40 Ω; R_5=50 Ω;

R_6=60 Ω; R_7=70 Ω.

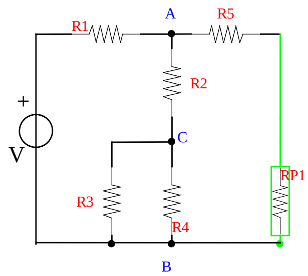
Richieste:

R_{tot}=?; I_{tot}=?; V_3=?; I_7=?

Soluzione

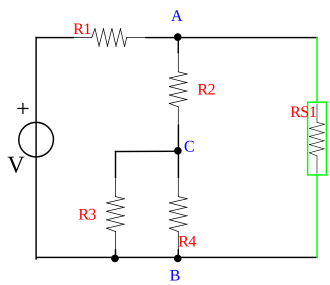
Calcolo la resistenza totale.

Come sempre si parte dal fondo del circuito, e si osserva che le resistenze R_6 ed R_7 sono in parallelo; calcolo allora il parallelo R_{P1} tra R_6 ed R_7:



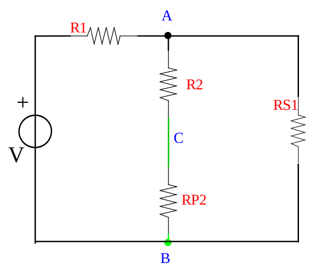
$$R_{P1} = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7} = \frac{60 \cdot 70}{60 + 70} = \frac{4200}{130} = 32{,}31\Omega$$

A questo punto le resistenze R_5 ed R_{P1} si trovano in serie tra loro; calcolo allora la serie R_{S1} tra R_5 ed R_{P1}:

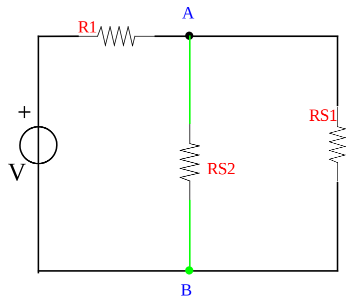


$$R_{S1} = R_5 + R_{P1} = 50 + 32{,}31 = 82{,}31\Omega$$

A questo punto il ramo in fondo al circuito è semplificato al massimo, quindi posso passare a quello precedente; osservo che le resistenze R_3 ed R_4 sono in parallelo e quindi calcolo il parallelo R_{P2}:



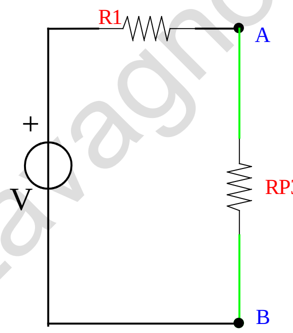
$$R_{P2} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 40}{30 + 40} = \frac{1200}{70} = 17{,}14\Omega$$



Si può osservare adesso che le resistenze R_2 ed R_{P2} si vengono a trovare in serie tra loro; posso allora calcolare la resistenza R_{S2}:

$$R_{S2} = R_2 + R_{P2} = 20 + 17{,}14 = 37{,}14\Omega$$

Ora anche questo ramo è semplificato al massimo. Posso osservare che le resistenze R_{S1} ed R_{S2} sono collegate in parallelo perché direttamente collegate ai nodi A e B; calcolo allora il parallelo R_{P3}:



$$R_{P3} = \frac{R_{S1} \cdot R_{S2}}{R_{S1} + R_{S2}} = \frac{82{,}31 \cdot 37{,}14}{82{,}31 + 37{,}14} = \frac{3056{,}9934}{119{,}45} = 25{,}59\Omega$$

A questo punto, per trovare la resistenza totale non resta che fare la serie tra R_1 ed R_{P3}:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P3} = 10 + 25{,}59 = 35{,}59\Omega$$

Rispondendo così alla prima domanda.

Anche se ho ancora tre domande a cui rispondere, la maggior parte del lavoro è già stata fatta. Infatti…

Per calcolare la corrente totale è sufficiente dividere la tensione del generatore per il valore della resistenza tortale appena trovato:

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{400}{35{,}59} = 11{,}24A$$

e si è risposto così alla seconda domanda.

Determino la tensione presente sulla resistenza R_3.

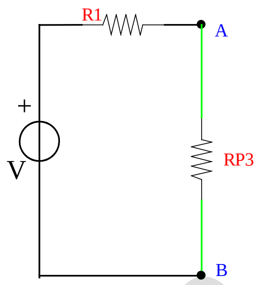
Prima di buttarci a capofitto nei calcoli, facciamo qualche ragionamento.

Osservo che:

- V_3 è la tensione sulla resistenza R_3, ma anche sulla resistenza R_4 (che è in parallelo ad R_3), cioè sulla resistenza R_{P2};
- Per determinare la tensione su R_{P2} devo prima determinare il valore della tensione tra i nodi A e B (fra i quali è collegata RP3)
- Per determinare questa ultima tensione posso usare la formula del partitore di tensione tra le resistenze R_1 ed R_{P3}

Iniziamo allora da quest'ultimo punto, percorrendo all'indietro i passi descritti nell'elenco qui sopra.

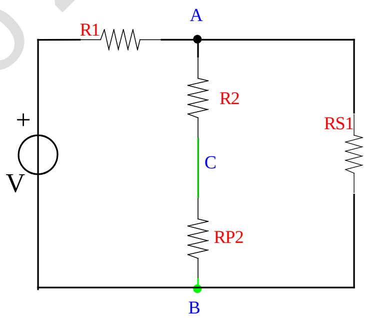
Considero il circuito riportato qui a lato e calcolo la tensione tra i nodi A e B con la formula del partitore.



$$V_{AB} = R_{P3} \cdot \frac{V}{R_1 + R_{P3}} = 25{,}59 \cdot \frac{400}{10 + 25{,}59} = 287{,}61V$$

OSSERVAZIONE: tutte le volte che si fa un partitore di tensione, il risultato della tensione che si ottiene deve essere più piccolo di quello da cui siamo partiti, poiché si tratta di una quota parte. Ad esempio, siamo partiti dai 400V del generatore V e ne otteniamo “solo” 287,61. Non deve sorprendere poiché stiamo studiando come la tensione del generatore si “ripartisce”, cioè come si suddivide sui vari componenti del circuito. E’ come se stessimo studiando quale porzione di torta spetta agli invitati: non è possibile che ad un invitato (una porzione di circuito) spetti una fetta più grande dell’intera torta!

Ora che abbiamo determinato il valore della tensione tra i nodi A e B, osserviamo con attenzione cosa è collegato tra quegli stessi nodi. La tensione che sto cercando di calcolare, V_3, è una porzione della tensione tra A e B; più precisamente è la parte di tensione che sta tra i nodi C e B (anche se C non è propriamente un nodo nello schema qui accanto, lo è in realtà perché in C sono collegate le due resistenze R_3 ed R_4); tra quegli stessi punti è collegata la resistenza R_{P2}; posso calcolare la tensione tra C e B applicando la formula del partitore di tensione, considerando V_{AB} come tensione “totale” suddivisa tra le due resistenze R_2 ed R_{P2}. La stessa tensione insiste sulla resistenza R_3 che è “nascosta” nel parallelo. Quindi calcolo:

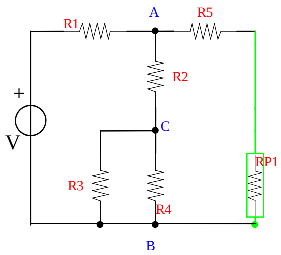


$$V_3 = R_{P2} \cdot \frac{V_{AB}}{R_2 + R_{P2}} = 17{,}14 \cdot \frac{287{,}61}{20 + 17{,}14} = 132{,}73V$$

Questa tensione è quella ai capi di R_3 poiché, come già detto più volte, la resistenza R_{P2} è equivalente al parallelo tra R_3 ed R_4.

Calcolo la corrente I_7.

Analogamente a quanto visto ora, per calcolare la corrente I_7 conviene calcolare prima la tensione su R_7 e poi dividere quel valore per la resistenza stessa. Per calcolare la tensione su R_7 posso procedere esattamente come fatto per trovare V_3. In questo modo sfrutto anche il lavoro che ho già fatto sia nel calcolo di R_{tot}, sia nel calcolo di V_{AB}. Infatti: la tensione su R_7 è quella che si trova ai capi di R_{P1} (parallelo tra R_6 ed appunto R_7). La tensione che trovo ai capi di R_{P1} si ricava con un partitore di tensione tra le resistenze R_5 ed R_{P1} considerando la già nota V_{AB} come tensione “totale”.



Si ricava quindi che:

$$V_7 = R_{P1} \cdot \frac{V_{AB}}{R_5 + R_{P1}} = 32{,}31 \cdot \frac{287{,}61}{50 + 32{,}31} = 112{,}9V$$

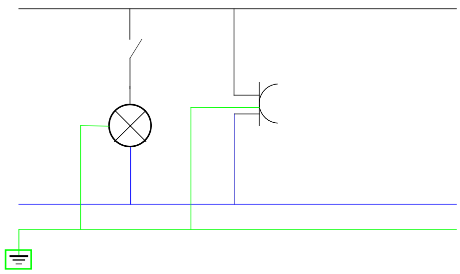
Da cui si ricava che:

$$I_7 = \frac{V_7}{R_7} = \frac{112{,}9}{70} = 1{,}61A$$

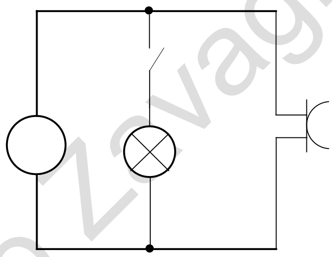
13. Teoremi di Kirchhoff

Diversi aspetti della Fisica sono stati trasportati all’elettrotecnica. Ora ci occupiamo di due di questi, che sono molto, molto importanti.

Supponiamo di avere un qualunque impianto elettrico, anche più semplice; sarà comunque composto da una certa quantità di cavi e componenti elettrici variamente collegati tra loro. Consideriamo lo schema di un punto luce, comandato da un punto, con una presa in parallelo:

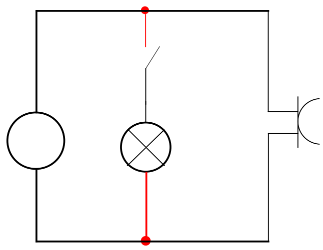


oppure

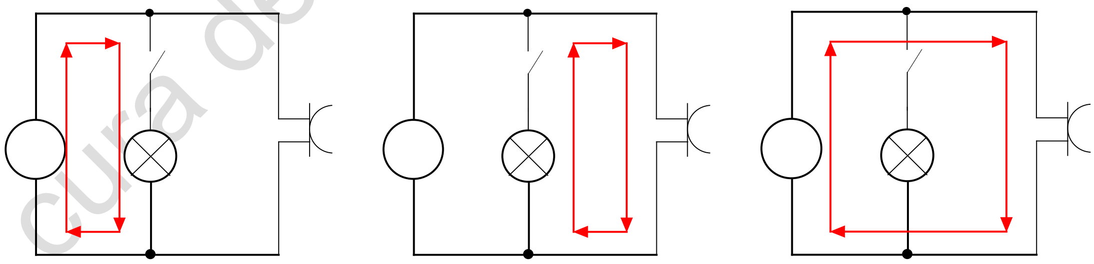


Per la spiegazione che segue è più comodo considerare il secondo schema; cosa possiamo dire dei collegamenti elettrici?

Il circuito presenta due nodi (**ricorda che un nodo è un punto in cui convergono almeno tre conduttori**);



Inoltre la corrente può percorrere diverse strade all’interno dello stesso circuito, più precisamente tre percorsi diversi che sono:



Si definisce maglia ciascuno dei percorsi chiusi che la corrente può trovare all’interno di un circuito.

Il nostro impianto “punto luce e presa” è composto quindi da due nodi e tre maglie.

Partendo da questa premessa, vediamo come il fisico e matematico tedesco Kirchhoff applicò due principi della fisica ai circuiti elettrici.

13.1. Primo principio di kirchhoff (principio dei nodi o delle correnti)

Questo principio di Kirchhoff deriva dal principio della fisica sulla conservazione della quantità di carica elettrica; secondo tale principio ogni corpo mantiene la sua quantità di carica. Ricordando che la corrente è carica elettrica in movimento (flusso ordinato di carica), il primo principio di Kirchhoff afferma che:

la somma delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono dallo stesso nodo.

Se nel circuito sono presenti N nodi, dobbiamo scrivere N-1 equazioni di nodo (cioè se ci fossero 8 nodi, avremmo bisogno di 7 equazioni; se i nodi fossero 4, di 3 equazioni; se fossero 2, ne basterebbe 1 sola)

In altre parole la somma algebrica delle correnti entranti e uscenti da un nodo è pari a zero. Questo significa che un nodo è solo un punto di transito della corrente, in cui non si genera e non si assorbe corrente.

Possiamo immaginare un nodo come una rotonda stradale: le cariche (correnti) che entrano nel nodo sono le auto che entrano nella rotonda, le cariche (correnti) che escono dal nodo sono le auto che escono nella rotonda. Ebbene, la rotonda (cioè il nodo) non è un posteggio nel quale le auto sostano (sono entrate e non escono), né un luogo da cui escono auto dal nulla (ne escono più di quante ne entrano). Se, da diverse strade, entrano in una rotonda 10 automobili, da altre vie DEVONO uscire 10 automobili.

Il primo principio di Kirchhoff afferma la stessa evidenza per le correnti elettriche.

In conclusione:

- Considerando positive le correnti che entrano;
- Considerando negative quelle che escono;
- La somma delle prime è uguale alla somma delle seconde

13.2. Secondo principio di kirchhoff (principio maglie o delle tensioni)

Questo principio deriva dal principio della fisica secondo cui l'energia non si crea, non si distrugge, ma si trasforma (principio di conservazione dell'energia). Ricordando la definizione di potenziale elettrico, il secondo principio di Kirchhoff afferma che:

lungo un circuito chiuso (maglia) la somma delle tensioni prese con segno rispetto al verso di percorrenza della maglia stessa, deve essere nulla.

Se nel circuito ci sono M maglie, abbiamo bisogno di M-N+1 equazioni di maglia

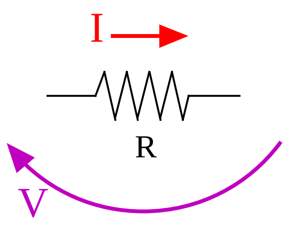
Scelta una maglia qualunque, se la percorro interamente ritornando al punto di partenza, nel percorrere il "giro" il potenziale del punto di partenza/arrivo non è cambiato: non ho né guadagnato potenziale, né perso potenziale; tutto il potenziale che posso aver "accumulato" in alcune parti del percorso, l'ho necessariamente "perso" in altre parti.

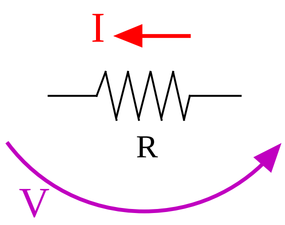
Immagina il potenziale di un punto della maglia come la quota sul livello del mare di un paesino di montagna. Se parti dal paesino per fare una gita, incontrerai tante salite (aumento di potenziale perché sali rispetto al livello del mare) e tante discese (diminuzione del potenziale perché scendi rispetto al livello del mare). Se ritorni allo stesso paesino (finendo il tuo giro), la sua quota rispetto al livello del mare (quindi il potenziale) non è cambiata durante il giorno.

In effetti abbiamo sempre detto che la corrente incontra resistenza nell'attraversare un circuito elettrico e abbiamo anche detto che la resistenza si oppone al passaggio della corrente. Considerando quindi la tensione come l'"energia" che da la "spinta" alla corrente, la resistenza come "opposizione" al movimento della corrente (vista come oggetto che si muove spinto dalla tensione ed ostacolato dalla resistenza), appare chiaro che per ogni resistenza attraversata dalla corrente c'è da pagare un "costo" in termini di energia. Anche noi quando affrontiamo una salita o una rampa di scale abbiamo più forze prima e meno dopo. Qui vale lo stesso principio.

In un circuito, quindi il valore della tensione è più alto prima che la corrente attraversi la resistenza e più basso dopo che l'ha attraversata.

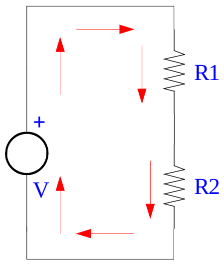
Nelle resistenze (negli apparecchi utilizzatori in genere) corrente e tensione hanno sempre verso opposto.



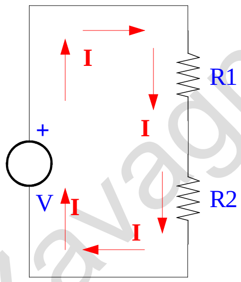


Alla luce di quanto detto ora, cosa vuol dire il secondo principio di Kirchhoff?

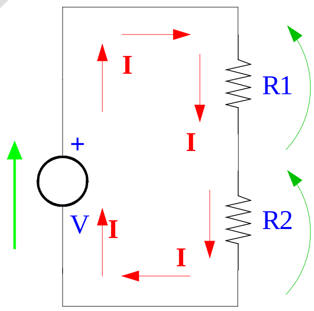
Vediamo di chiarirlo per bene.



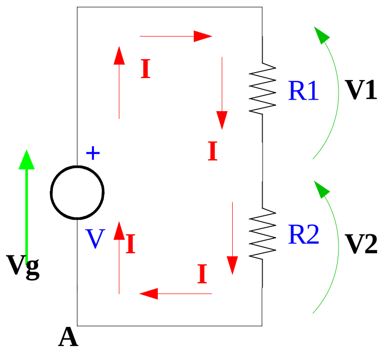
- **Scelgo una maglia e fisso un verso di percorrenza:** per non confondersi si può scegliere come verso di percorrenza quello del generatore, oppure il verso ORARIO;



- **Fisso un verso per la corrente:** anche in questo caso si può scegliere il verso del generatore o quello orario



- **Si mettono i segni delle tensioni sui componenti:** tutti i generatori presenti nella maglia mantengono il proprio verso; per tutte le resistenze (utilizzatori in genere), il verso della tensione è opposto a quello della corrente



- **Si scrive l'equazione della maglia secondo l'enunciato:** cioè si percorre la maglia partendo da un punto qualunque e si segnano positive le tensioni concordi col verso di percorrenza, negative le altre, fino a tornare nel punto di partenza; la somma algebrica così ottenuta deve essere uguagliata a zero.

  Ad esempio partendo dal punto A e percorrendo la maglia in senso orario si avrà:

  +Vg (concorde col verso di percorrenza) attraversando il generatore;

  nulla nel tratto orizzontale alto perché non trovo componenti;

  -V1 (discorde col verso di percorrenza)

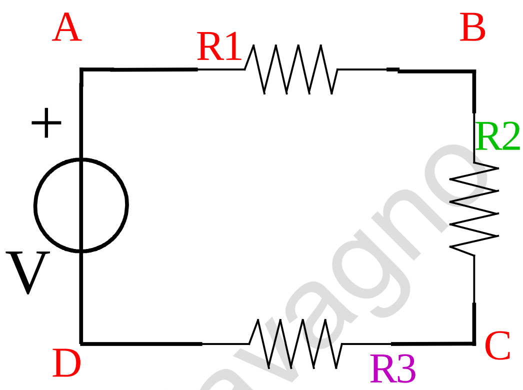
  -V2 (discorde col verso di percorrenza);

  nulla nel tratto orizzontale basso perché non trovo componenti;

  l'equazione è quindi: Vg-V1-V2=0

13.3. Significato delle legge di Ohm

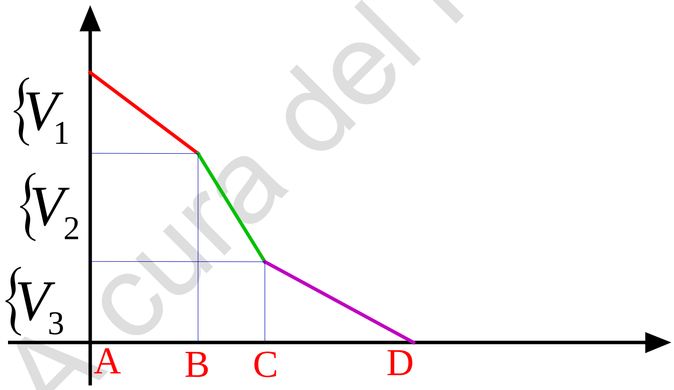
Consideriamo il circuito seguente e chiediamoci come varia il potenziale elettrico a mano a mano che percorriamo il circuito stesso. Immaginiamo di iniziare a percorrere il circuito dal punto A, avendo fissato come zero il polo negativo del generatore di tensione. Nel punto A, quindi avremo un valore di tensione pari a quello del polo positivo del generatore (vedi grafico sottostante). Attraversando la resistenza R_1, e arrivando quindi al punto B, parte della tensione del generatore "cade" sulla resistenza (cioè "si spende" per attraversare la resistenza stessa). La quota di tensione "spesa" vale, secondo la prima legge di Ohm, $V1=R_1*I$. Nel punto B, quindi, avremo un valore di tensione più basso rispetto a prima, più basso di un valore pari a V_1.



Procedendo nel giro del nostro circuito andiamo dal punto B al punto C, attraversando la resistenza R_2. Anche in questo caso si deve "pagare" una specie di pedaggio per andare dall'altra parte. Lo si paga in termini di tensione che "cade" su R_2 portando il valore totale ad un livello più basso.

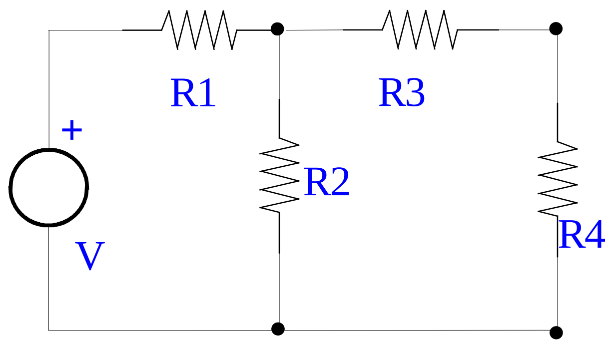
Anche andando dal punto C al punto D, attraversando cioè R_3 si perde ancora un po' di tensione; ma attenzione: il punto D è quello collegato al polo negativo del generatore, per il quale il valore di tensione abbiamo detto essere zero. Questo significa che sulla resistenza R_3 è "caduta" tutta la tensione che era avanzata dopo aver attraversato le altre due resistenze.

Nel grafico qui sotto è riportato l'andamento della tensione nei diversi punti del circuito.



13.4. Esercizio guida 9 (equazioni di Kirchhoff)

Dato il circuito di figura, scrivere le equazioni di Kirchhoff relative al circuito stesso.



Soluzione

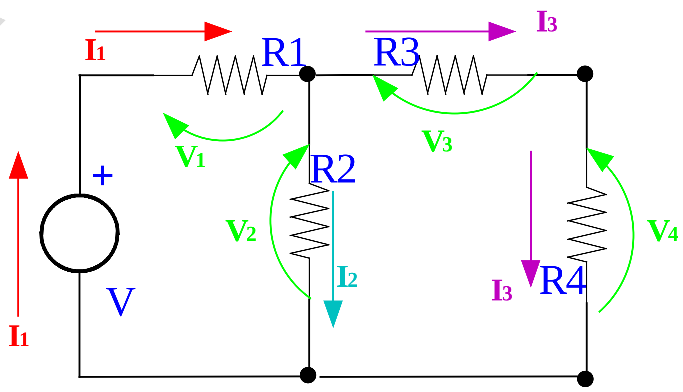
Prima di procedere con la soluzione "vera e propria", chiediamoci di quante equazioni abbiamo bisogno.

Il circuito è composto da tre maglie (M=3) e da due nodi (N=2), quindi abbiamo bisogno di due equazioni di maglia (M-N+1=2) e di una equazione di nodo (N-1=1).

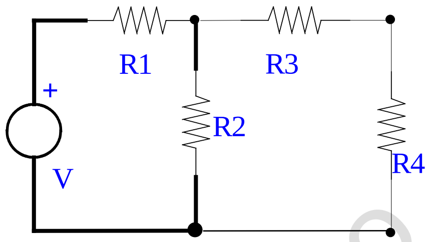
E' assolutamente indifferente la scelta delle due maglie e del nodo da prendere in esame per scrivere le equazioni.

Allo stesso modo non ha importanza se si parte dall'equazione di maglia o da quella di nodo; l'importante è scriverla in modo corretto.

Per prima cosa, quindi scegliamo un verso per le correnti che circolano nel circuito, e di conseguenza per le tensioni. Ad esempio come rappresentato qui sotto:

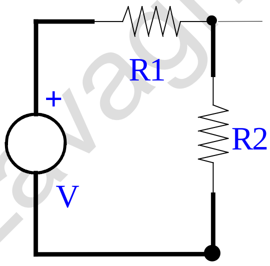


Proviamo quindi a scrivere le equazioni di Kirchhoff per il circuito dato, e per chiarezza di esposizione lo riporteremo a lato con delle spiegazioni passo-passo.



Iniziamo considerando la maglia "in grassetto": essa comprende il generatore V, e le resistenze R_1 ed R_2.

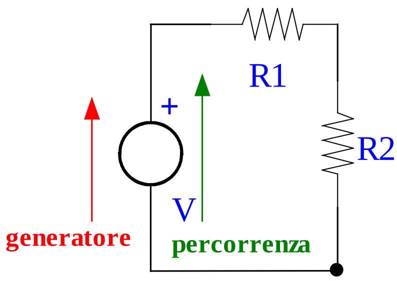
Per questa maglia scelgo un verso di percorrenza (quello del generatore, cioè il senso orario).



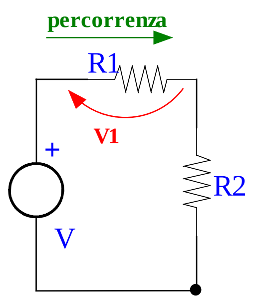
Per ora dunque considero solo questa maglia, ignorando il resto del circuito, come se non ci fosse. Focalizzo la mia attenzione solo sul percorso chiuso che comprende il generatore V e le resistenze R_1 ed R_2.

Per la corrente scelgo lo stesso verso del generatore (cioè anche la corrente va in senso orario). Se la corrente andasse dall'altra parte, cioè avessi scelto il verso sbagliato, non ci sarebbe nessun problema: risolvendo le equazioni troverei una corrente con segno negativo. Il segno "meno" sta ad indicare che la corrente va dall'altra parte.

Scelto un verso per la corrente ed un verso di percorrenza della maglia, inizio a percorrerla nel verso scelto, valutando il verso delle tensioni che incontro; le prenderò positive se avranno il verso di percorrenza, negative altrimenti.

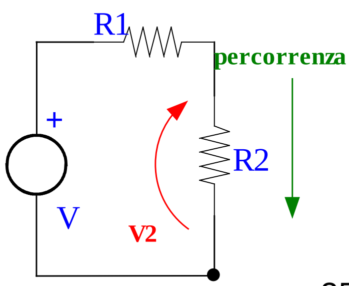


Quindi immagino di partire dallo spigolo in basso a sinistra (sotto il generatore) e di percorrere il ramo del generatore nel verso indicato qui a lato. Il generatore ha la tensione che va nello stesso senso del verso di percorrenza e quindi la sua tensione sarà presa con segno positivo: +Vg



Attraversato il generatore incontro il ramo orizzontale alto, con la resistenza R_1; la corrente attraversa la resistenza nel verso di percorrenza (da sinistra a destra), la tensione quindi sarà da destra a sinistra (verso opposto alla corrente); quindi la situazione sarà quella rappresentata qui a lato, in cui il verso di percorrenza e quello della tensione su R_1 sono discordi. La tensione V_1, quindi, verrà presa con segno negativo: $-V_1$ (posso anche scrivere $-R_1 \cdot I_1$)

Attraversata la resistenza R_1, trovo il ramo con la resistenza R_2.



Questa resistenza è attraversata da una corrente a scendere, quindi il verso della tensione sarà a salire. Il verso di percorrenza è discorde con quello della tensione e quindi anche questa tensione sarà presa con segno negativo: -V_2 (posso anche scrivere $-R_2 \cdot I_2$)

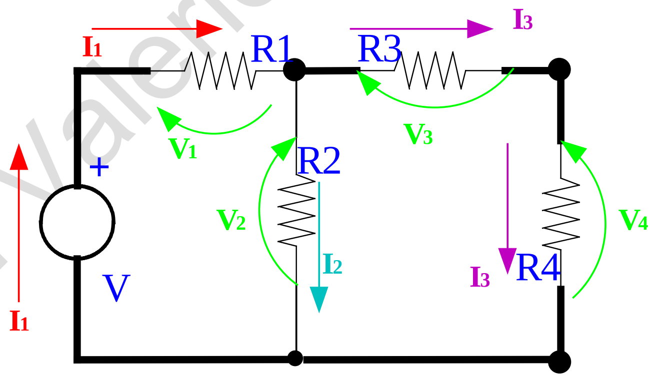
Attraversata R_2, per tornare al punto di partenza resta solo il tratto orizzontale basso, sul quale non ci sono componenti e quindi non ho tensioni da segnare. Tornato al punto di partenza posso scrivere l'equazione della maglia considerata (devo ricordare di porre la somma algebrica delle tensioni =0 perché sono tornato al punto di partenza):

$V_g - V_1 - V_2 = 0$ oppure applicando la legge di Ohm sulle resistenze:

$V_g - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0$.

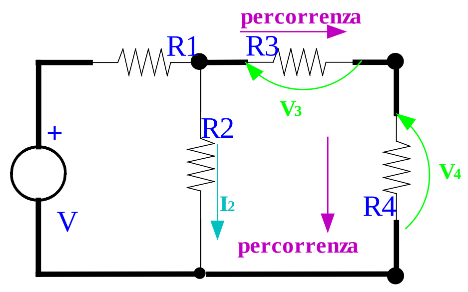
La prima delle due equazioni di maglia è quindi stata scritta, ne serve una seconda. Devo quindi scegliere una seconda maglia da studiare. Conviene prendere la maglia grande, perché parte (generatore e ramo con R_1) sono già stati studiati e quindi sfrutto il lavoro che ho già fatto.

Per la seconda equazione, allora considero la maglia "in grassetto":



decido ancora di partire dallo spigolo in basso a sinistra (prima del generatore) e di percorrere nuovamente la maglia in senso orario (lo stesso senso in cui scorre la corrente).

Come già visto per la maglia precedente (che ha in comune con questa i rami del generatore e quello di R_1), devo prendere con segno positivo: +Vg, la tensione del generatore e con segno negativo: -V_1 (posso anche scrivere $-R_1 \cdot I_1$), la tensione sulla resistenza R_1.



Come fatto in precedenza, con le resistenze R_3 ed R_4 che non appartenevano alla maglia che studiavo, ora ignoro (come se non ci fosse) la resistenza R_2, che non fa parte della maglia che sto ora considerando. Pertanto, una volta attraversata R_1, la corrente passa in R_3, attraversandola in senso orario; la tensione su R_3, punterà quindi in senso antiorario, cioè contro il verso di percorrenza; dovrò quindi considerare la tensione V_3 come negativa: -V_3 (posso anche scrivere $-R_3 \cdot I_3$). Siccome la stessa corrente attraversa nello stesso verso anche la resistenza R_4, anche la tensione V_4 sarà negativa: -V_4 (posso anche scrivere $-R_4 \cdot I_4$).

Mettendo assieme i vari "pezzi", la seconda equazione sarà:

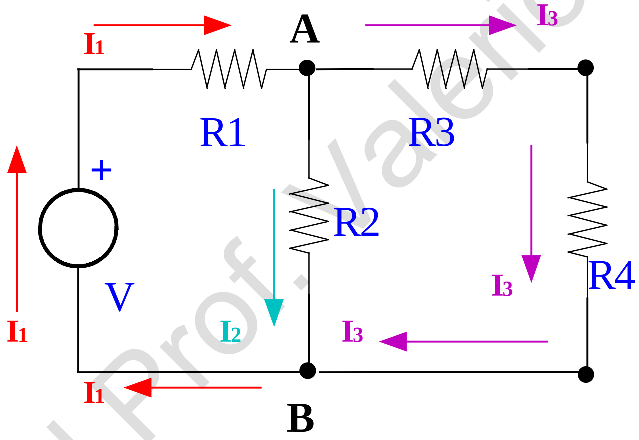
$V_g - V_1 - V_3 - V_4 = 0$ oppure applicando la legge di Ohm sulle resistenze:

$V_g - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_3 = 0$.

OSSERVAZIONE: le ultime due resistenze (R_3 ed R_4) sono in serie tra loro poiché non sono presenti nodi tra di esse; quindi sono attraversate dalla stessa corrente. Il circuito si può semplificare considerando un'unica resistenza di valore pari alla loro somma; si può anche tenere le due resistenze separate, ma si deve comunque considerare che sono attraversate dalla stessa corrente.

Resta da scrivere l'equazione di nodo.

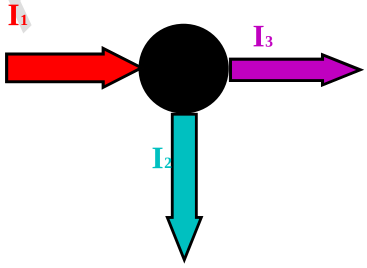
Prima di procedere devo considerare quale nodo scegliere (uno vale l'altro), ma soprattutto cosa "fanno" le correnti nel nodo considerato, cioè se entrano nel nodo o se escono dal nodo stesso. Tenendo presenti le scelte fatte in precedenza, cioè quelle di considerare la corrente "spinta" dal generatore, il flusso di corrente nel circuito risulta come qui sotto mostrato:



Come si procede?

Indipendentemente dal nodo scelto, si considerano positive le correnti che entrano nel nodo, negative quelle che escono; così facendo il totale delle correnti nel nodo deve essere zero; oppure: sommo tutte quelle che entrano e uguaglio il risultato alla somma di tutte quelle che escono.

Considero, ad esempio, il nodo A:

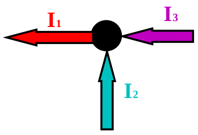


- entra la sola I_1 (presa con segno positivo)
- Escono I_2 e I_3 (prese con segno negativo)

L'equazione è dunque: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Oppure può essere scritta come: $I_1 = I_2 + I_3$

OSSERVAZIONE: Se avessi considerato il nodo B, la situazione sarebbe stata:



- Entrano I_2 e I_3 (prese con segno positivo)
- Esce la sola I_1 (presa con segno negativo)

L'equazione quindi si può scrivere come: $I_2 + I_3 - I_1 = 0$ o come $I_2 + I_3 = I_1$

Come si può facilmente capire osservando le equazioni dei due nodi, le prime sono assolutamente equivalenti alle seconde, per questo scegliere un nodo o l'altro è indifferente.

Ricapitolando, dunque, le equazioni di Kirchhoff che si dovevano scrivere per il circuito dato erano:

- Due equazioni di maglia
  - $V_g - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0$
  - $V_g - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_3 = 0$ o anche $V_g - R_1 \cdot I_1 - (R_3 + R_4) \cdot I_3 = 0$
- Una equazione di nodo
  - $I_1 = I_2 + I_3$

Attenzione: le tre equazioni riportate qui sopra NON SONO universali, vale a dire che ogni circuito ha le sue equazioni di Kirchhoff e che queste possono assumere anche forme diverse per lo stesso circuito.

Infatti la stesura delle equazioni dipende dalle scelte delle maglie e dei nodi, dalla scelta dei versi di percorrenza e del verso delle correnti.

Ad esempio le equazioni scritte per il nostro circuito sarebbero diverse se avessi considerato un'altra maglia (ad esempio quella senza il generatore e con le resistenze R_2, R_3 ed R_4).

E' altrettanto vero che, comunque fatte le scelte, se le equazioni sono state scritte in modo corretto portano tutte allo stesso risultato, anche se sono scritte in modo diverso tra loro.

Risolvere le equazioni di Kirchhoff significa trovare la soluzione del sistema che nasce dalle equazioni stesse. Nel nostro caso la soluzione del sistema:

$$\begin{cases} V_g - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0 \\ V_g - R_1 \cdot I_1 - (R_3 + R_4) \cdot I_3 = 0 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

14. Comportamento lineare in regime stazionario

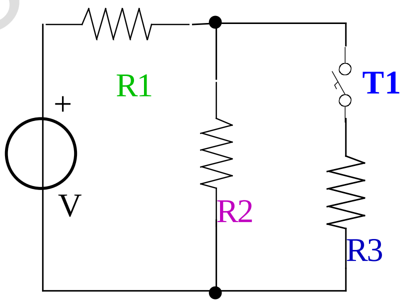
Con il termine **LINEARE** intendiamo tutti quei circuiti nei quali ad ogni variazione di tensione, corrisponde una variazione PROPORZIONALE di corrente. I circuiti che hanno un comportamento di questo tipo sono tutti e soli i circuiti di tipo resistivo (o altrimenti detti “puramente ohmici”).

Con il termine **STAZIONARIO** intendiamo uno stato di “stabilità”, di non variazione dei valori di tensione, resistenze e corrente all’interno del circuito preso in esame.

Se considero un circuito qualunque, di tipo lineare e stazionario, avente un interruttore al suo interno, ho il compito di andare a studiare tutte le possibili condizioni in cui può venire a trovarsi il circuito (ad esempio circuito con interruttore aperto, e circuito con interruttore chiuso possono avere differenti configurazioni elettriche).

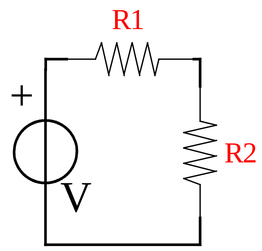
14.1. Esercizio guida 10 (circuito con interruttore)

Dato il circuito di figura, determinare i valori di R_{tot}, I_{tot} e V_{AB} a interruttore chiuso e a interruttore aperto, essendo: $V=200V$; $R_1=100\Omega$; $R_2=300\Omega$; $R_3=100\Omega$



Soluzione

Iniziamo a studiare il circuito a tasto T1 aperto. In queste condizioni la resistenza R_3 non è percorsa da corrente e, restando quindi “appesa” è come se non ci fosse. Resta quindi da studiare la maglia rappresentata qui accanto, nella quale non compaiono nodi e le resistenze R ed R sono collegate in serie. Il calcolo della resistenza totale, a questo punto dovrebbe essere banale:



$$R_{tot} = R_1 + R_2 = 100 + 300 = 400\Omega$$

Altrettanto banale il calcolo della corrente totale:

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{200}{400} = 0{,}5A$$

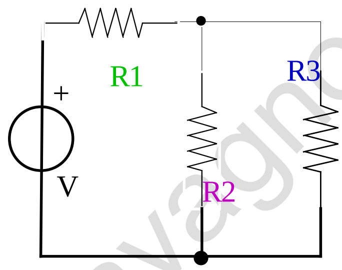
La tensione V_{AB} è la tensione ai capi della resistenza R_2 e la posso calcolare con la formula del partitore di tensione:

$$V_{AB} = R_2 \cdot \frac{V}{R_1 + R_2} = 300 \cdot \frac{200}{400} = 150V$$

OSSERVAZIONE: conoscendo il valore della corrente, posso calcolare il valore della tensione ai capi di R_2 anche usando la legge di Ohm e calcolando semplicemente il prodotto $V_{AB} = R_2 \cdot I_{tot} = 300 \cdot 0{,}5 = 150V$

Studiamo ora il circuito a tasto chiuso.

Chiudendo l'interruttore si collega R_3 al resto del circuito, che pertanto diviene quello rappresentato qui accanto. Come si può notare, osservando il circuito, R_3 si viene a trovare in parallelo ad R_2, poiché collegata direttamente agli stessi nodi. Per calcolare quindi il valore della resistenza totale, inizio quindi con il calcolo del parallelo tra R_2 ed R_3: $R_P = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} = 75\Omega$



La resistenza ora calcolata è in serie ad R_1 e pertanto il valore della resistenza totale sarà:

$$R_{tot} = R_1 + R_P = 100 + 75 = 175\Omega$$

Analogamente il valore della corrente si calcola come:

$$I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{200}{175} = 1{,}14A$$

OSSERVAZIONE: l'attuale valore di corrente (1,14A) è maggiore di quello calcolato a tasto aperto (0,5A). E' normale che sia così: infatti adesso il generatore sta alimentando un ramo in più rispetto a prima e quindi deve fornire più corrente. E' come se misurassimo l'acqua che esce dal nostro serbatoio: nel primo caso avevo aperto solo un rubinetto, nel secondo caso ne ho aperti due, e quindi ne consumo di più.

Per calcolare il valore della tensione V_{AB} posso nuovamente scegliere se usare la formula del partitore o se applicare la legge di Ohm (in ambo i casi considero la resistenza parallelo R_p). Usando questa volta la legge di Ohm, si ottiene:

$$V_{AB} = R_P \cdot I_{tot} = 75 \cdot 1{,}14 = 85{,}71V$$

15. Principio di sovrapposizione degli effetti (P.S.E.)

Se il circuito che consideriamo è lineare e stazionario, e se al suo interno agiscono più generatori, per semplificare lo studio del circuito stesso possiamo avvalerci del **principio di sovrapposizione degli effetti.**

In cosa consiste questo principio?

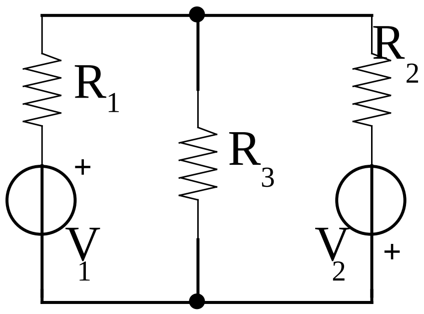
E' molto semplice, anche se può risultare un metodo lungo.

Si lascia agire un generatore alla volta (considero come "annullati" gli altri generatori) e si calcolano le tensioni e le correnti che lui genera nel circuito. Si ripete il procedimento per ogni generatore presente (sempre facendoli funzionare uno alla volta, per questo può essere un procedimento lungo) e alla fine si mettono assieme gli effetti (si sovrappongono) sommandoli algebricamente (cioè col proprio segno).

Facendo un esempio sarà tutto molto più semplice.

15.1. Esercizio guida 11 (P.S.E.)

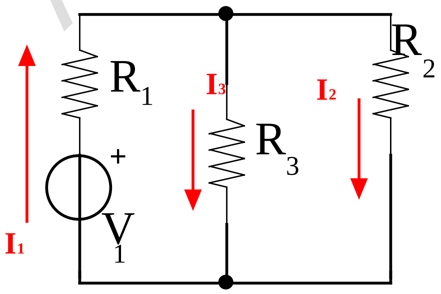
Consideriamo il circuito riportato in figura, nel quale agiscono due generatori. Si vuole calcolare il valore delle correnti presenti in ciascun ramo del circuito, essendo: V_1=50V; V_2=30V; R_1=10 Ω; R_2=5 Ω; R_3=2 Ω



Soluzione

Mediante il PSE possiamo studiare due circuiti del tutto separati, nei quali agisce un solo generatore (ad esempio nel primo V_1 e nel secondo V_2); valuteremo le correnti dovute a V_1 nel primo circuito, valuteremo le correnti dovute a V_2 nel secondo e poi, alla fine, per ciascun ramo sommeremo algebricamente le correnti ricavate nei due passaggi precedenti.

Allora iniziamo a studiare il circuito lasciando agire il solo generatore V_1. Il circuito che considero è il seguente:



abbiamo indicato le correnti nei tre rami, seguendo il verso del generatore. La corrente totale (quella che esce dal generatore) è la stessa che parra per R_1 (che è in serie al generatore stesso). Per comodità chiameremo I_{Tot} con il nome di I_1.

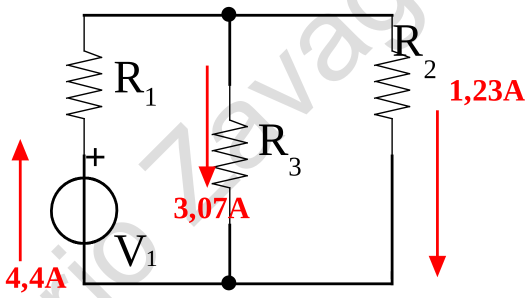
Detto questo, iniziamo lo studio per determinare le correnti.

Osservando il circuito si nota che le resistenze R_2 ed R_3 sono in parallelo; calcolo allora il parallelo: $R_P = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{5 \cdot 2}{5+2} = 1{,}4\Omega$; la resistenza totale sarà la serie di R_P con R_1:

$R_{tot} = R_1 + R_P = 10 + 1{,}4 = 11{,}4\Omega$.

La corrente I_1 quindi vale: $I_{tot} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{50}{11{,}4} = 4{,}4A$ (verso “a salire”).

Calcolo la tensione ai capi del parallelo per determinare poi la corrente nelle singole resistenze: $V_{AB} = R_P \cdot I_{tot} = 1{,}4 \cdot 4{,}4 = 6{,}14V$



Da cui si ricavano le due correnti:

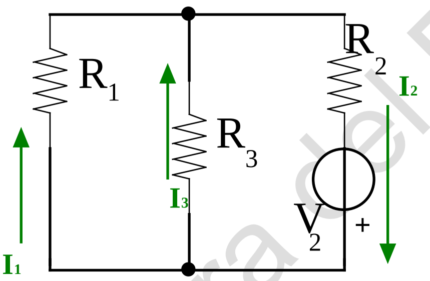
$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{6{,}14}{2} = 3{,}07A$ (verso “ a scendere”)

$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{6{,}14}{5} = 1{,}23A$ (verso “ a scendere”)

In conclusione gli effetti provocati dal generatore V_1 sono quelli riportati nel circuito qui sopra.

Ora lasciamo funzionare solo V_2 e valutiamo i suoi effetti.

Considero quindi questo circuito:



ancora per comodità indicherò la corrente totale con un altro nome: questa volta con I_2 poiché la corrente che attraversa R_2 è la stessa che attraversa il generatore V_2. Adesso sono le resistenze R_1 ed R_3 ad essere in parallelo; la resistenza totale, necessaria per il calcolo delle correnti nel circuito, vale:

$$R_{tot} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 5 + \frac{10 \cdot 2}{10+2} = 5 + \frac{20}{12} = 6{,}6\Omega$$

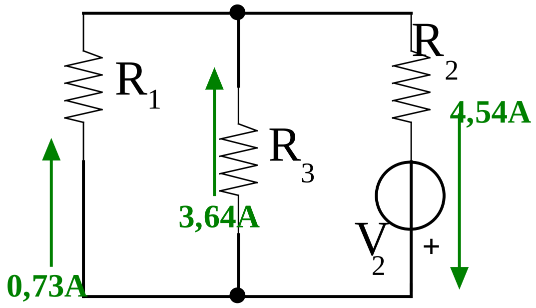
La corrente I_2 vale: $I_2 = \frac{V_2}{R_{tot}} = \frac{30}{6{,}6} = 4{,}54A$.

Calcolo adesso la tensione ai capi del parallelo per calcolare,poi, la corrente nelle singole resistenze: $V_{AB} = R_P \cdot \frac{V_2}{R_{tot}} = 1{,}6 \cdot \frac{30}{6{,}6} = 7{,}27V$

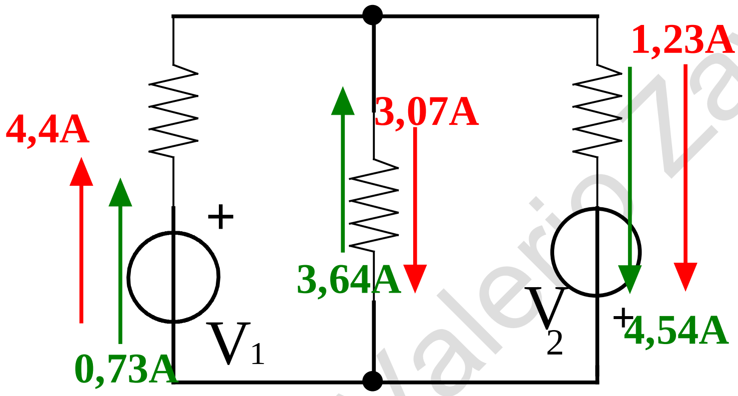
Adesso posso ricavare le due correnti:

$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{7,27}{10} = 0,73A$ (verso “a salire”);

$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{7,27}{2} = 3,64A$ (verso “a salire”);



Ora che abbiamo terminato “lo studio” dei due circuiti e conosciamo gli effetti dei singoli generatori, dobbiamo sovrapporli come indicato nella figura qui sotto riportata:

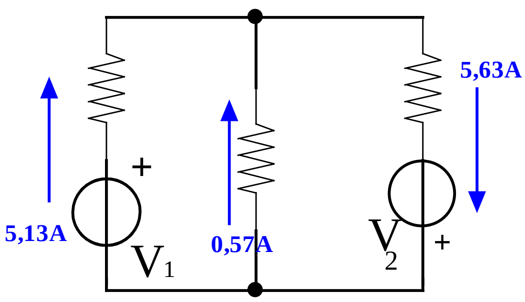


Abbiamo riportato in rosso gli effetti di V1 ed in verde gli effetti di V2. Come si può notare nel primo ramo gli effetti sono concordi, quindi le correnti si sommeranno ed avremo una corrente “vera” I_1 di valore: $I_1 = 4,4 + 0,73 = 5,13A$

Nel ramo centrale, invece, le correnti hanno veri opposti. Sarà quella di intensità maggiore a decidere in quale verso scorrerà la corrente, ed il suo valore sarà pari alla differenza dei valori discordi, cioè: $I_3 = 3,64 - 3,07 = 0,57A$. Questa sarà la corrente “vera” nel ramo centrale.

Nel ramo di destra abbiamo una situazione simile alla prima, cioè le correnti hanno lo stesso verso (a scendere) e quindi la corrente “vera” avrà valore pari alla somma delle due: $I_2 = 4,54 + 1,23 = 5,63A$.

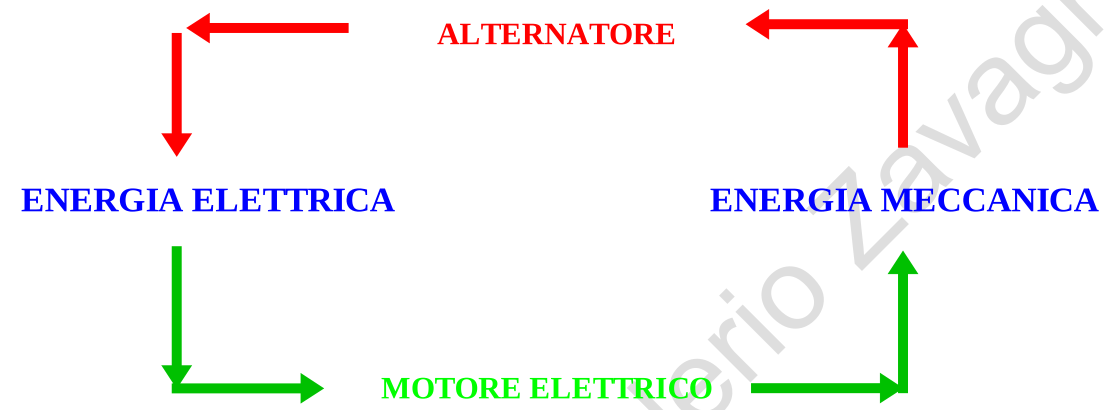
In conclusione avremo il circuito seguente in cui le correnti sono:

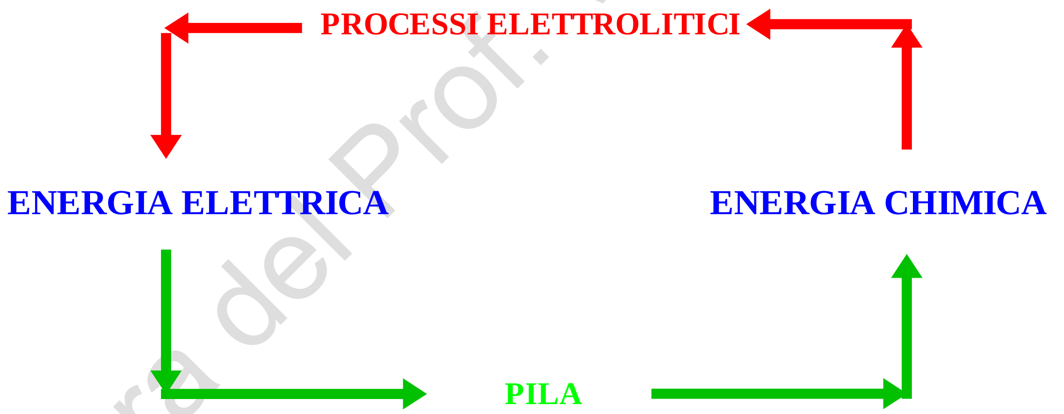


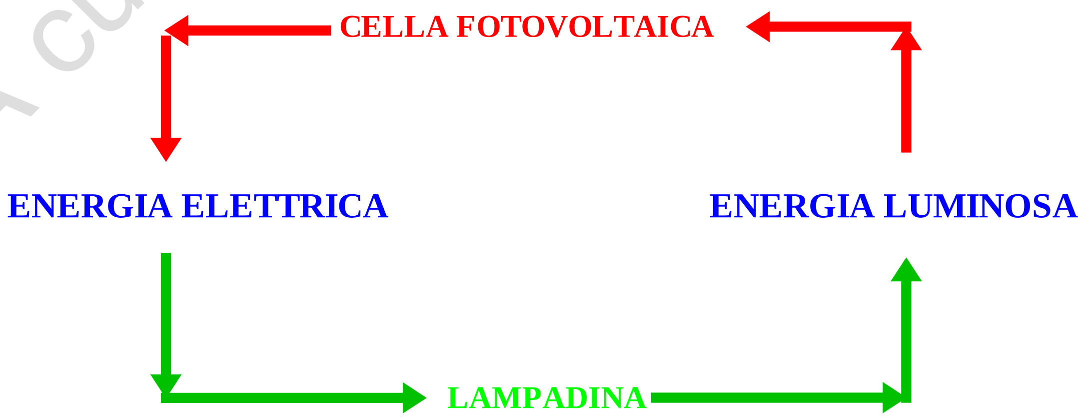
16. Trasformazioni energetiche

Come già osservato in occasione dell'esposizione dei principi di Kirchhoff, il principio fisico di conservazione dell'energia afferma che: **l'energia non può essere creata dal nulla, l'energia non può essere distrutta, l'energia può essere trasformata.**

Si riporta di seguito e in modo schematico, tre modi per trasformare l'energia elettrica in altri tipi di energia (e viceversa)







Un altro tipo di trasformazione energetica presente nei circuiti elettrici, è quello che fa ottenere calore a partire dall'energia elettrica. Questo fenomeno è noto come **effetto Joule**

16.1. Effetto Joule

Questo effetto è dovuto all'attrito che le cariche in movimento hanno sfregando contro le pareti e gli atomi del conduttore. Lo sfregamento produce calore (pensa a come ti scaldi le mani nei freddi giorni d'inverno…) e il calore prodotto scalda il conduttore. Questo effetto è sfruttato negli apparecchi elettrici che devono sviluppare calore, quali stufe elettriche, forni elettrici, asciugacapelli per citarne alcuni. In questi apparecchi si usano resistenze apposite per aumentare l'attrito e sviluppare più calore, ma in ogni circuito questo fenomeno è presente, anche laddove non è voluto. Ad esempio anche nei cavi che alimentano le lampade che accendi in sala è presente l'effetto Joule, solo che la resistenza del conduttore è molto più bassa rispetto a quella del forno, e quindi il calore sviluppato è molto minore.

Ogni conduttore percorso da corrente è sottoposto all'effetto Joule, perché è lo scorrimento della corrente che lo provoca. Per questo motivo le norme di sicurezza obbligano ad usare conduttori di sezione adeguata all'intensità di corrente che deve attraversare il conduttore in esame. La normativa vigente impone che la densità massima di corrente (cioè la quantità di corrente per ogni mm^2 di sezione) non sia superiore ai $4A/mm^2$. In questo modo siamo garantiti dal rischio di far surriscaldare il conduttore a causa del calore sviluppato per effetto Joule.

La potenza dissipata per effetto Joule da un conduttore (o da un apparecchio utilizzatore in genere) che presenta una resistenza R ed è attraversato da una corrente I vale:

$$P = R \cdot I^2$$

Per questo motivo le linee di trasporto di energia elettrica riducono fortemente la corrente: riducendo di 10 volte la corrente, si riduce di 100 volte ($100=10^2$) la potenza sprecata in calore. E sempre per questo motivo si usano come conduttori materiali che hanno un basso valore di resistività ρ, che come spiegato dalla seconda legge di Ohm, influenza il valore di resistenza.

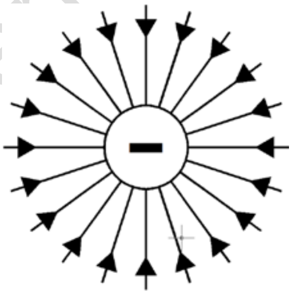
Laddove, invece, si vuole sfruttare tale effetto si usano materiali a più alta resistività per non aumentare tropo la corrente di utilizzo.

17. Campo elettrico

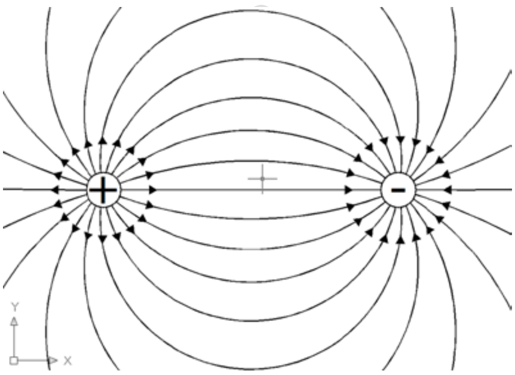
In fisica, il campo elettrico è un campo di forze generato nello spazio dalla presenza di carica elettrica o di un campo magnetico variabile nel tempo. Insieme al campo magnetico esso costituisce il campo elettromagnetico, responsabile dell'interazione elettromagnetica (ma di questo ci occuperemo più avanti…).

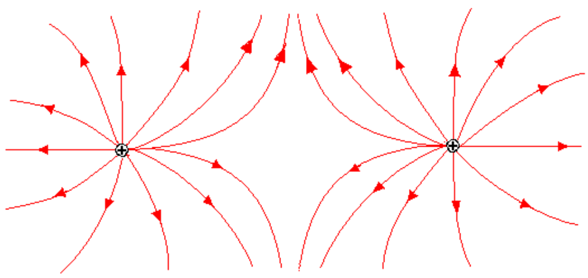
Introdotto da Michael Faraday, il campo elettrico si propaga alla velocità della luce ed esercita una forza su ogni oggetto elettricamente carico. Nel sistema internazionale di unità di misura si misura in Newton su Coulomb ($^{N}/_{C}$), o in Volt su metro ($^{V}/_{m}$). Se è generato dalla sola distribuzione stazionaria di carica spaziale, il campo elettrico è detto elettrostatico ed è conservativo.

Le forze del campo elettrico seguono alcune leggi: escono in modo radiale dalle cariche positive ed entrano in modo radiale in quelle negative come riportato nelle due immagini sottostanti:



Ne consegue che le linee di forza formeranno un percorso chiuso se interagiscono due cariche di segno opposto e invece tenderanno a rimanere separate se le cariche avranno lo stesso segno





E' lungo le linee di forza del campo elettrico che due cariche di segno opposto esercitano la loro forza attrattiva reciproca (immagine nera) e che due cariche dello stesso segno esercitano la loro forza repulsiva reciproca (immagine rossa).

18. Il condensatore

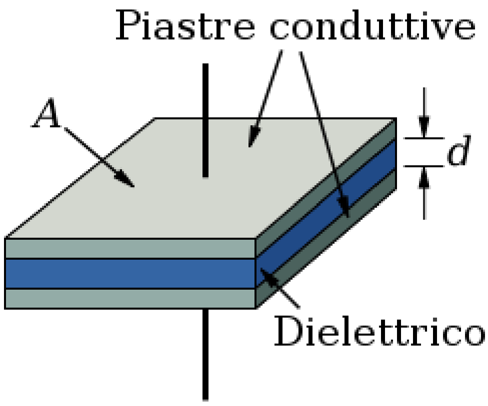
Il **condensatore** è un componente elettrico che immagazzina l'energia in un campo elettrostatico.

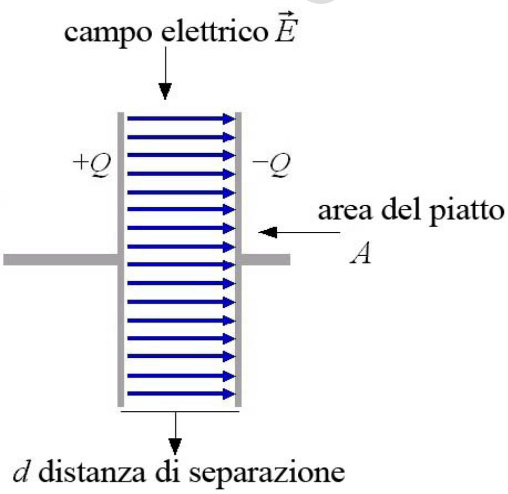
Nella teoria dei circuiti il condensatore è un componente *ideale* che può mantenere la carica e l'energia accumulata all'infinito. Nella pratica e nella realtà, a causa di piccole perdite, carica ed energia immagazzinata vanno scemando (più o meno rapidamente) nel tempo.

Qui a lato sono rappresentati alcuni tipi di condensatori che, come si può notare osservando il righelli posto sotto di loro, hanno dimensioni molto piccole.

L'energia che il condensatore ha immagazzinato, può essere restituita in un secondo momento, quando ne sarà richiesto l'uso.

Un condensatore (indicato abitualmente con C) è generalmente costituito da una coppia di conduttori (armature o piastre) separati da un isolante (dielettrico). La carica è immagazzinata sulla superficie delle piastre, sul bordo a contatto con il dielettrico. Quindi all'esterno si avrà un campo elettrico pari a zero a causa dei due campi, uno positivo e uno negativo, che hanno per l'appunto stesso modulo ma segno (verso) opposto, mentre all'interno del dispositivo due volte il campo elettrico perché entrambi i campi, sia quello positivo che quello negativo, hanno stesso modulo e stesso verso. L'energia elettrostatica che il condensatore accumula si localizza nel materiale dielettrico che è interposto fra le armature.





In figura non sono rappresentati i cosiddetti effetti di bordo ai confini delle facce parallele dove le linee di forza del campo elettrico da una faccia all'altra non sono più rettilinee ma via, via più curve.

Se si applica una tensione elettrica alle armature, le cariche elettriche si separano e si genera un campo elettrico all'interno del dielettrico.

L'armatura collegata al potenziale più alto si carica positivamente, negativamente l'altra. Le cariche positive e negative sono uguali ed il loro valore assoluto costituisce la carica Q del condensatore.

La carica è proporzionale alla tensione applicata e la costante di proporzionalità è una caratteristica di quel particolare condensatore che si chiama capacità elettrica e si misura in farad:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Ossia la capacità è uguale al rapporto tra la carica elettrica fornita Q e la tensione elettrica ΔV.

18.1. Capacità di un condensatore

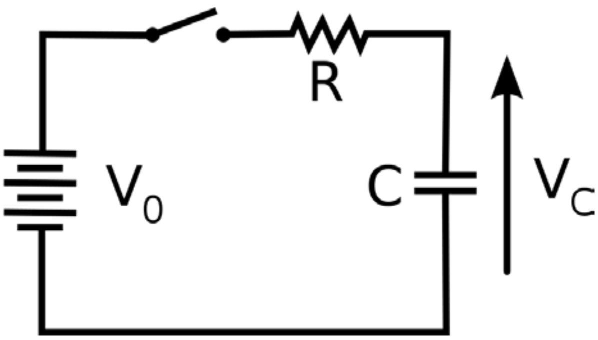
Analogamente alla seconda legge di Ohm per i conduttori, che mette in relazione la loro struttura “fisica” con la grandezza caratteristica “resistenza”, esiste una legge che mette in relazione la grandezza caratteristica “capacità” con le dimensioni “fisiche” del condensatore. Questa relazione è la seguente e dice che la capacità di un condensatore piano a facce parallele è:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

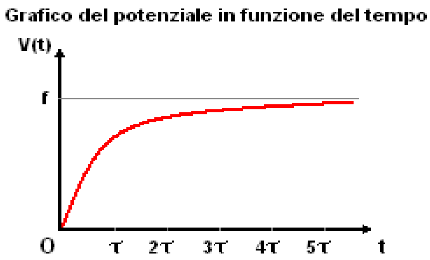
La capacità di un condensatore piano (armature piane e parallele) è proporzionale al rapporto tra la superficie S di una delle armature e la loro distanza *d*. La costante di proporzionalità è una caratteristica dell'isolante interposto e si chiama permettività elettrica assoluta e si misura in farad/m (ogni materiale ha il suo valore di Ɛ, così come ogni conduttore ha il suo valore di resistività ρ).

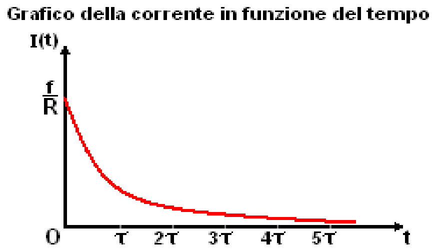
18.2. Carica di un condensatore

Durante il processo di carica o di scarica di un condensatore, le cariche si accumulano o scorrono via dalle armature.



Possiamo immaginare l’armatura di un condensatore come un posteggio e le cariche come le auto che arrivano per posteggiarsi. Immaginiamo l’armatura completamente scarica (il posteggio è completamente vuoto): le prime cariche che arrivano, spinte dal generatore, si posizionano rapidamente ed in gran quantità sull’armatura (quando il posteggio è vuoto, le prime auto non tardano a trovare posto e quindi il “traffico” scorre rapido e tutte le auto si posteggiano rapidamente).





A mano a mano che l'armatura si carica (cioè che il posteggio si va riempiendo), le nuove cariche che arrivano avranno più difficoltà a trovare posto nell'armatura (è più difficile trovare un posto libero e bisogna "girare" un po' prima di trovarlo, impiegandoci più tempo e rallentando l'entrata dell'auto successiva). Quando l'armatura è completamente carica si blocca il passaggio di corrente (quando il posteggio è esaurito non possono entrare più auto e "si chiude" il posteggio bloccando il traffico). La rapidità con la quale si riempirà il posteggio (si caricherà il condensatore) dipende sostanzialmente da tre fattori: quale tensione applico per caricarlo (quante auto sono spinte a cercare posto in quella zona…), dalla capacità stessa del condensatore (dalle dimensioni del posteggio: più è grande, più tempo ci vorrà a riempirlo) e dalla resistenza del circuito di carica (dall'abilità del guidatore a sveltire le sue manovre…).

Esiste una relazione matematica (di tipo esponenziale) che fornisce la tensione ai capi del condensatore, note le tre grandezze in gioco e il tempo; questa relazione indica, per ogni istante di tempo t quale sarà il valore della tensione ai capi del condensatore, ed è: $V_c = V \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ dove abbiamo indicato con la lettera:

- V_c la tensione ai capi del condensatore;
- V la tensione con cui carico il condensatore;
- "*e*" il numero di Nepero e vale 2,71828 18284 59045 23536 ...;
- t il generico istante di tempo;
- τ (tau) il prodotto tra resistenza e capacità: $\tau = R \cdot C$.

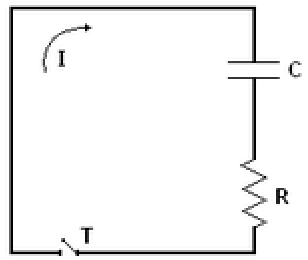
Quest'ultima quantità si chiama costante di tempo ed indica la rapidità con cui il condensatore si carca o si scarica. Analogamente il valore di corrente che attraversa il condensatore si ricava con la formula:

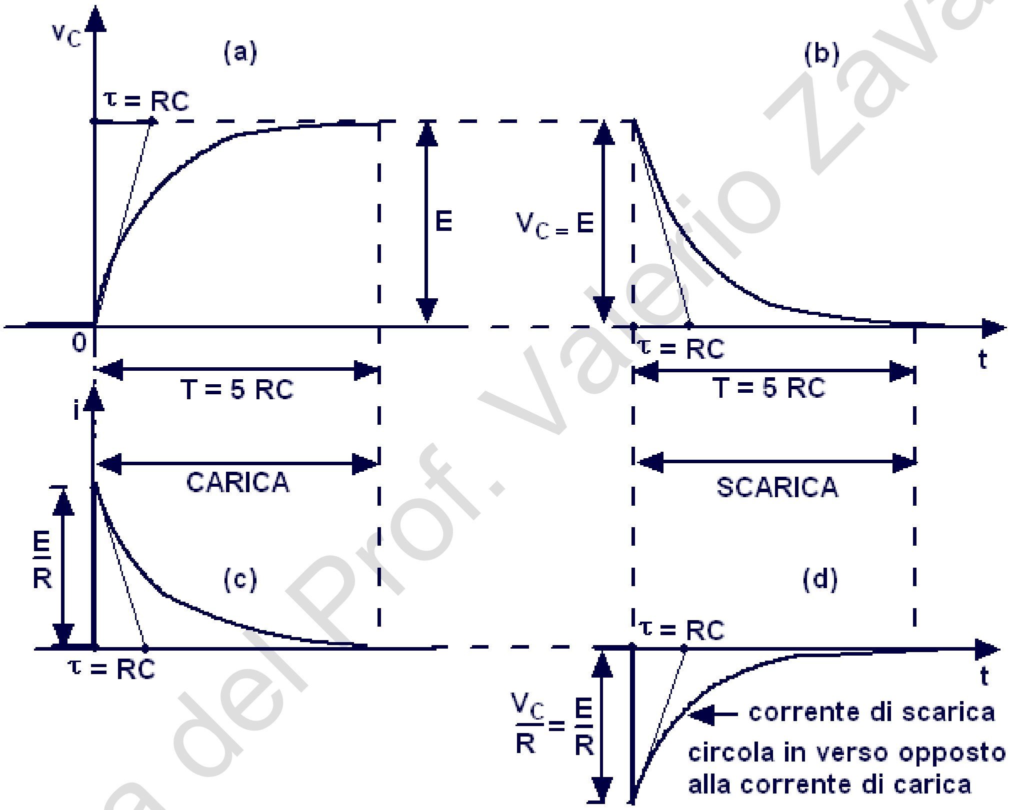
$I_c = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ dove "e", t e τ hanno lo stesso significato di prima e:

- I_c è la corrente che attraversa il condensatore;
- I_0 è la corrente all'istante t=0;

18.3. Scarica di un condensatore

Analogamente a quanto descritto per il procedimento di carica, il processo di scarica avviene come segue. Immaginiamo sempre di fare il paragone con il posteggio e le auto. Quando il posteggio è pieno e le auto iniziano ad uscire, da subito ne escono tante assieme (quindi da subito c'è un grande flusso di carica in uscita: il valore di corrente è elevato); poi, via, via che le auto sono uscite, ne usciranno sempre meno, fino a quando il posteggio si sarà completamente svuotato o non si inverte nuovamente il flusso di traffico (ricaricando il condensatore).





In questo caso sia il valore di corrente, sia il valore di tensione andranno scemando verso zero al passare del tempo, tanto più rapidamente quanto più piccola sarà la costante di tempo τ .

Le espressioni analitiche di tensione e corrente sono:

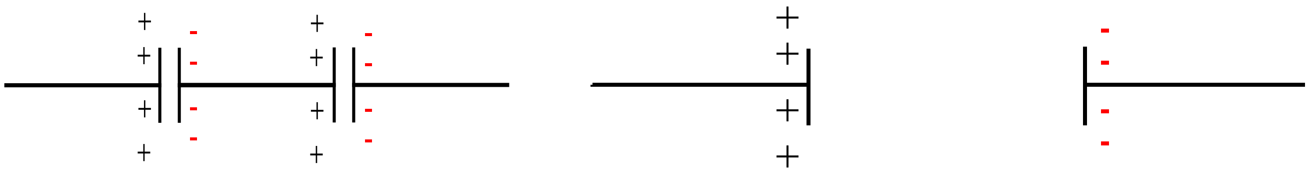
$$V_c = V \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}; \qquad I_c = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

19. Collegamento di condensatori

Esattamente come per le resistenze, può accadere di dover collegare più condensatori tra loro. Ed esattamente come per le resistenze il collegamento sarà in serie, se non saranno presenti nodi ed i condensatori saranno attraversati dalla stessa corrente, oppure sarà in parallelo se i condensatori saranno collegati tra gli stessi nodi e quindi avranno la stessa differenza di potenziale ai loro capi.

19.1. Collegamento in serie

Se collego più condensatori in serie tra loro (come ad esempio nella figura riportata qui sotto), accade che le cariche presenti sulla seconda armatura del primo condensatore (supponiamo siano quelle negative) si annullano con le cariche positive presenti sulla prima armatura del condensatore successivo, poiché tra i due differenti tipi di carica c'è un percorso elettrico che le mette in contatto (il conduttore che collega i due condensatori).



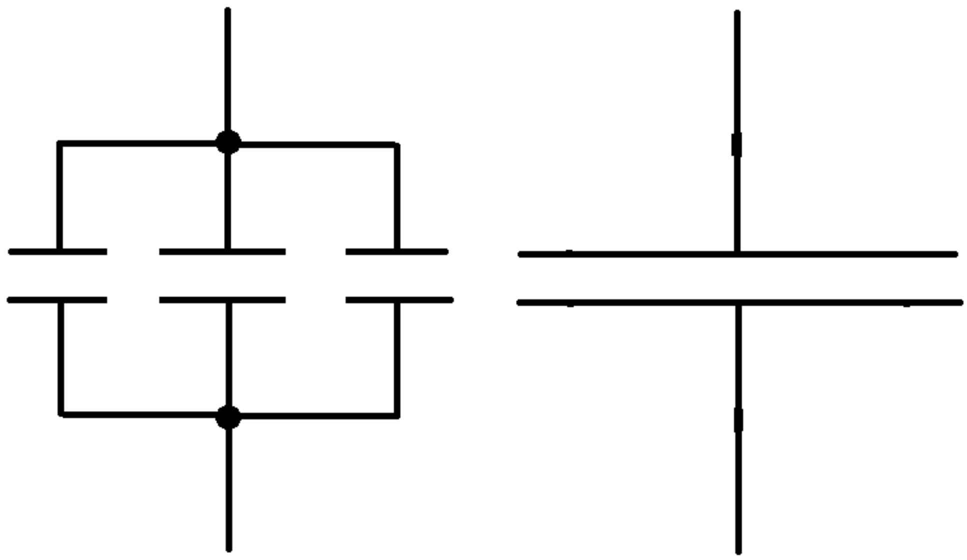
Tutto funziona come se il condensatore fosse uno solo, ma con le armature molto più lontane tra loro (come mostrato nell'immagine di destra). Infatti le due armature "mancanti" sono "sparite poiché le cariche presenti su di esse si sono vicendevolmente annullate. Ricordando la relazione sulla capacità e le dimensioni "fisiche" del condensatore ($C = \varepsilon \frac{S}{d}$), se aumentiamo la distanza d tra le armature, la capacità che si ottiene è più piccola.

Si può dimostrare matematicamente che la formula per trovare la capacità equivalente (o totale) di più condensatori in serie, è simile a quella che si usa per il parallelo di resistenze, vale a dire:

- Per due condensatori è: $C_{tot} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$;
- Per tre condensatori è: $C_{tot} = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}{C_1 \cdot C_2 + C_2 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_3}$;
- Per più condensatori (ad esempio n) è: $C_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$.

19.2. Condensatori in parallelo

Collegando più condensatori agli stessi due morsetti, si collegano in parallelo. Anche in questo caso, ricordando la formula della capacità $C = \varepsilon \frac{S}{d}$, "tutto va come se" usassi un solo condensatore, ma con la superficie dell'armatura molto più grande. Di conseguenza sarà più grande il valore di capacità che si ottiene.

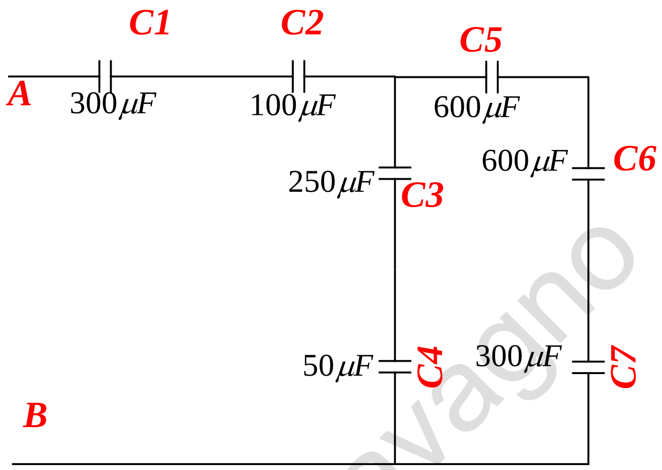


Si può dimostrare matematicamente che la formula per trovare la capacità equivalente (o totale) di più condensatori in serie, è simile a quella che si usa per la serie di resistenze, vale a dire:

- Per due condensatori è: $C_{tot} = C_1 + C_2$;
- Per tre condensatori è: $C_{tot} = C_1 + C_2 + C_3$;
- Per più condensatori (ad esempio n) è: $C_{tot} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

19.3. Esercizio guida 12 (serie e parallelo di condensatori)

Data la rete elettrica riportata a lato, si calcoli il valore della capacità totale, vista dai morsetti A e B



Soluzione

Si deve distinguere quali condensatori sono collegati in serie tra loro (e per questi usare la formula del parallelo di resistenze) e quali collegati in parallelo (per i quali usare la formula della serie).

Osservando il circuito partendo dal fondo come sempre, si nota che:

1. I condensatori C5,C6 e C7 sono in serie tra loro;
2. I condensatori C3 e C4 sono in serie;
3. Le due serie di condensatori ora scritte sono in parallelo tra loro;
4. Il parallelo è in serie a C1 e C2.

Allora calcoliamo le capacità totali dei vari passaggi.

1. $C_{S1} = \dfrac{C_5 \cdot C_6 \cdot C_7}{C_5 \cdot C_6 + C_5 \cdot C_7 + C_6 \cdot C_7} = \dfrac{600\mu \cdot 600\mu \cdot 300\mu}{600\mu \cdot 600\mu + 600\mu \cdot 300\mu + 600\mu \cdot 300\mu} = 150\mu F$

2. $C_{S2} = \dfrac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = \dfrac{250 \cdot 50}{250 + 50} = 41{,}67\,\mu F$

3. $C_{P1} = C_{S1} + C_{S2} = 150\mu F + 41{,}67\,\mu F = 191{,}67\,\mu F$

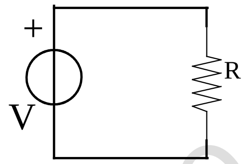
4. $C_{tot} = \dfrac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_{P1}}{C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot C_{P1} + C_2 \cdot C_{P1}} = \dfrac{300\mu \cdot 100\mu \cdot 191{,}67\,\mu}{300\mu \cdot 100\mu + 300\mu \cdot 191{,}67\,\mu + 100\mu \cdot 191{,}67\,\mu} = 53{,}9\,\mu F$

Per calcolare la serie di tre condensatori ho scelto di usare la formula unica con i tre termini; sarebbe stato altrettanto corretto, anche se più laborioso e lungo, calcolare prima la serie di due e poi la serie con il terzo.

20. Eserciziario (con soluzione)

20.1. Esercizio 1 (prima legge di Ohm)

Dato il circuito di figura, essendo V=45V, R=30Ω, calcolare il valore della corrente che attraversa il circuito.



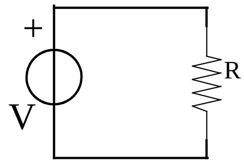
Soluzione

Si deve applicare la prima legge di Ohm (formula inversa per la corrente):

$$I = \frac{V}{R} = \frac{45}{30} = 1{,}5A$$

20.2. Esercizio 2 (prima legge di Ohm)

Nel circuito riportato a lato, essendo V=45V e I=2A, calcolare il valore della resistenza presente nel circuito.



Soluzione

Si deve applicare la prima legge di Ohm (formula inversa per la resistenza):

$$R = \frac{V}{I} = \frac{45}{2} = 22{,}5\Omega$$

20.3. Esercizio 3 (prima legge di Ohm)

Calcolare la tensione ai capi di una resistenza di 50Ω percorsa da una corrente di 1,5A.

Soluzione

Si deve applicare la prima legge di Ohm: $V = R \cdot I = 50 \cdot 1{,}5 = 75V$

20.4. Esercizio 4 (seconda legge di Ohm)

Calcolare la resistenza di una matassa di cavo di rame lunga 200m e di sezione pari a $2{,}5mm^2$.

Soluzione

Si deve applicare la seconda legge di Ohm. Dato che il cavo è in rame, la sua resistività vale $\rho=0{,}0171\Omega*mm^2/m$. Sostituendo i numeri nella legge di Ohm, si ottiene:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0{,}0171 \cdot \frac{200}{2{,}5} = 5{,}68\Omega$$

20.5. Esercizio 5 (seconda legge di Ohm)

Una matassa di cavo presenta una resistenza di 10Ω; la matassa è lunga 186m ed ha una sezione di 2,5mm^2. Quanto vale la resistività del materiale con cui è stato realizzato il conduttore?

Soluzione

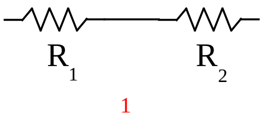
Si deve applicare la formula inversa (per la resistività ρ) della seconda legge di Ohm. Sostituendo i numeri nella formula si ottiene:

$$\rho = \frac{S}{l \cdot R} = \frac{2,5}{186*10} = 0,001344\Omega \frac{mm^2}{m}$$

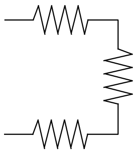
20.6. Esercizio 6 (collegamenti in serie e parallelo)

Dati i seguenti collegamenti, stabilisci se sono in serie (S) o in parallelo (P).

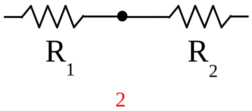
☐ Serie
☐ Parallelo



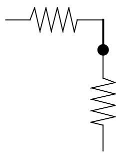
☐ Serie
☐ Parallelo



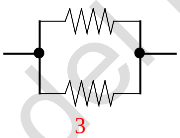
☐ Serie
☐ Parallelo



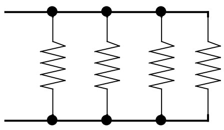
☐ Serie
☐ Parallelo



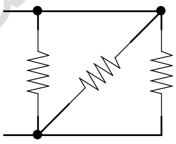
☐ Serie
☐ Parallelo



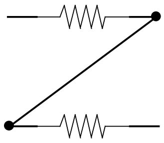
☐ Serie
☐ Parallelo



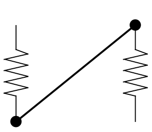
☐ Serie
☐ Parallelo



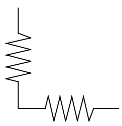
☐ Serie
☐ Parallelo



☐ Serie
☐ Parallelo



☐ Serie
☐ Parallelo

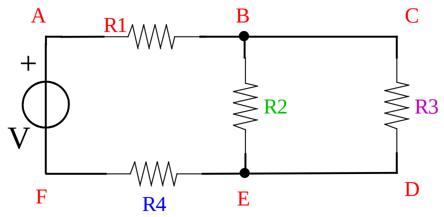


Soluzione

1-S; 2-S;3-P; 4-P; 5-S; 6-S; 7-S; 8-P; 9-S; 10-S

20.7. Esercizio 7 (collegamenti in serie e parallelo)

Dato il circuito di figura, determinare il valore della resistenza totale (riconoscendo se le resistenze sono collegate in serie o in parallelo) essendo: V=300V; R_1=15Ω; R_2=300Ω; R_3=100Ω; R_4=10Ω



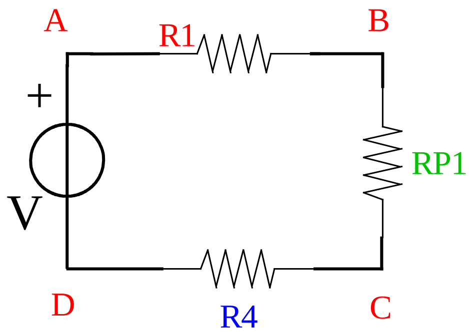
Soluzione

Prima di partire a risolvere l'esercizio osservo i collegamenti tra le resistenze. Osservo che la corrente, dopo aver attraversato R_1 si divide poiché incontra un nodo (B). Osservo Anche che R_2 non termina dove termina R_1 e che quindi queste due resistenze non sono né in serie, né in parallelo.

Parto dal fondo ed osservo che le resistenze R_2 ed R_3 sono collegate direttamente agli stessi nodi, poiché elettricamente B coincide con C e D coincide con E. Pertanto posso calcolare il parallelo tra R_2 ed R_3 con la formula del parallelo di resistenze:

$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} = \frac{30000}{400} = 75\Omega$$

Il circuito ora è semplificato ed è riportato qui di lato (nota che non ci sono più né R_2 né R_3, ma al loro posto c'è R_{P1}).



Osservo che ora il circuito è privo di nodi, quindi la corrente ha un solo percorso e quindi non si può dividere. Se non si può dividere sarà sempre la stessa corrente che attraverserà le resistenze rimaste, che quindi si troveranno ad essere collegate in serie.

Calcolo allora il valore della resistenza totale:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P1} + R_4 = 15 + 75 + 10 = 100\Omega$$

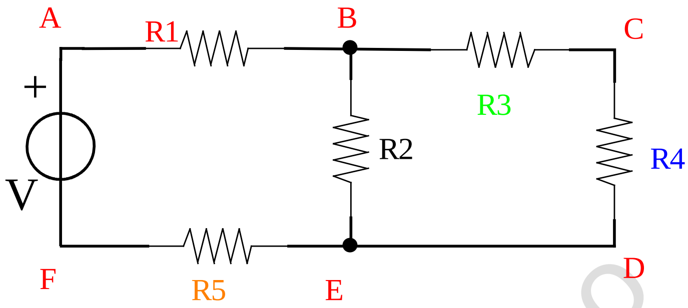
Facoltativo:

A questo punto il valore della corrente si calcola con la formula inversa della legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{300}{100} = 3A$$

20.8. Esercizio 8 (collegamenti in serie e parallelo)

Dato il circuito di figura, determinare il valore della resistenza totale e della corrente totale erogata dal generatore essendo: V=400V; R_1=50Ω; R_2=300 Ω; R_3=100 Ω; R_4=200 Ω; R_5=600 Ω

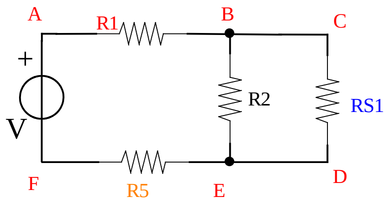


Soluzione

Prima di partire a risolvere l'esercizio osservo i collegamenti tra le resistenze. Osservo che la corrente, dopo aver attraversato R_1 si divide poiché incontra un nodo (B). Osservo Anche che R_2 non termina dove termina R_1 e che quindi queste due resistenze non sono né in serie, né in parallelo. Parto dal fondo ed osservo che le resistenze R_3 ed R_4 sono collegate in serie poiché non vi sono nodi tra esse; quindi inizio a semplificare il mio circuito calcolando la serie tra R_3 ed R_4:

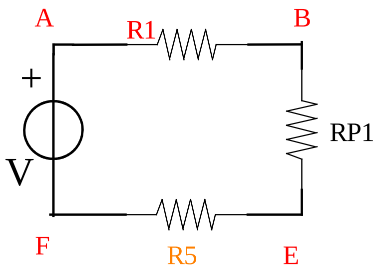
$$R_{S1} = R_3 + R_4 = 100 + 200 = 300\Omega$$

Il circuito semplificato diventa quello rappresentato qui a lato, dove al posto delle resistenze R_3 ed R_4 c'è la sola resistenza R_{S1}. Prima di procedere oltre osservo ancora che le resistenze R_2 ed R_{S1} sono collegate direttamente agli stessi nodi, poiché elettricamente B coincide con C e D coincide con E. Pertanto posso calcolare il parallelo tra R_2 ed R_{S1} con la formula del parallelo di resistenze:



$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_{S1}}{R_2 + R_{S1}} = \frac{300 \cdot 300}{300 + 300} = \frac{30000}{600} = 150\Omega$$

Il circuito si semplifica ancora: infatti al posto delle resistenze R_2 ed R_{S1} può essere inserita la sola resistenza R_{P1} come rappresentato qui accanto. Osservo che ora il circuito è privo di nodi, quindi la corrente ha un solo percorso e quindi non si può dividere. Se non si può dividere sarà sempre la stessa corrente che attraverserà le resistenze rimaste, che quindi si troveranno ad essere collegate in serie.



Calcolo allora il valore della resistenza totale:

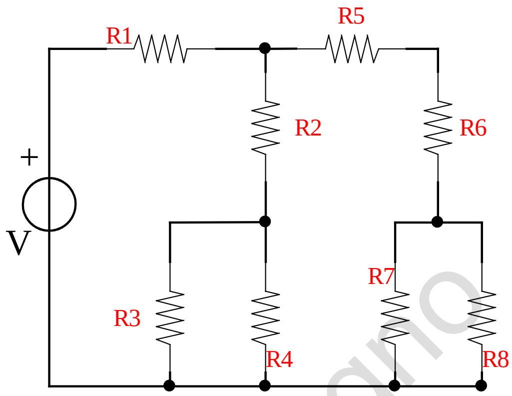
$$R_{tot} = R_1 + R_{P1} + R_5 = 50 + 150 + 600 = 800\Omega$$

A questo punto il valore della corrente si calcola con la formula inversa della legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{400}{800} = 0{,}5A$$

20.9. Esercizio 9 (serie-parallelo, partitore)

Dato il circuito di figura, determinare il valore della resistenza totale, della corrente totale e della tensione sulla resistenza R_4, essendo: V=300V; R_1=50Ω; R_2=70Ω; R_3=60Ω; R_4=60 Ω; R_5=40Ω; R_6=200Ω; R_7=120Ω; R_8=120Ω

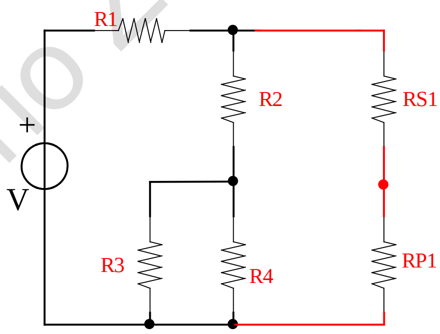


Soluzione

Per trovare il valore della resistenza totale, come sempre si parte dal fondo del circuito; sull'ultimo ramo troviamo le resistenze R_5; R_6; R_7 e R_8; tra le prime due non vi sono nodi (quindi R_5 ed R_6 sono collegate in serie), mentre le altre due iniziano e terminano negli stessi nodi (quindi R_7 ed R_8 sono collegate in parallelo). Procediamo allora alla prima semplificazione del circuito calcolando la resistenza R_{S1} (serie di R_5 ed R_6) e la resistenza R_{P1} (parallelo di R_7 ed R_8):

$$R_{S1} = R_5 + R_6 = 40 + 200 = 240\Omega$$

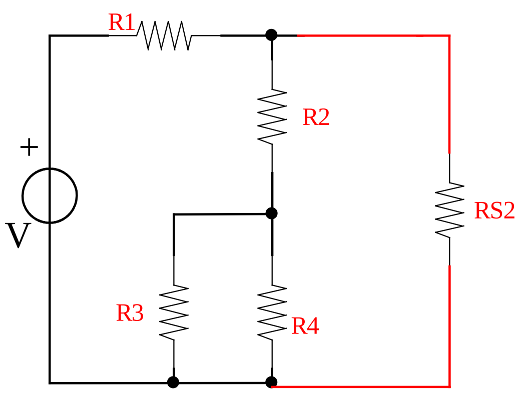
$$R_{P1} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = \frac{120 \cdot 120}{120 + 120} = \frac{14400}{240} = 60\Omega$$



Il circuito semplificato diventa quello riportato a lato in cui sono riportate in rosso le semplificazioni rispetto al circuito originale.

Le due resistenze presenti sull'ultimo ramo di questo "nuovo" circuito, sono collegate in serie tra loro, poiché nel mezzo non sono presenti nodi; quindi posso semplificare ulteriormente il circuito calcolando la resistenza R_{S2} e sostituendo con essa le resistenze R_{S1} ed R_{P1}:

$$R_{S2} = R_{S1} + R_{P1} = 240 + 60 = 300\Omega$$



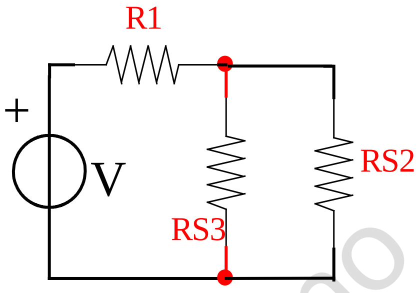
Il circuito ancora semplificato si presenta come quello riportato qui di lato in cui, ancora in rosso, sono rappresentate le semplificazioni.

Il ramo più a destra è quindi semplificato al massimo. Spostiamo la nostra attenzione sul ramo centrale, sul quale osserviamo che le resistenze R_3 ed R_4 sono collegate tra gli stessi nodi (e pertanto sono collegate in parallelo); si può dunque calcolare la resistenza R_{P2}:

$$R_{P2} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{60 \cdot 60}{60 + 60} = \frac{3600}{120} = 30\Omega$$

Tale resistenza è collegata in serie con la resistenza R_2, poiché tra esse non vi sono nodi; posso allora calcolare la resistenza R_{S3}:

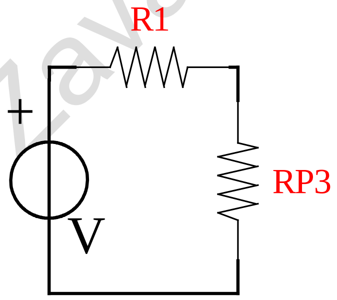
$$R_{S3} = R_2 + R_{P2} = 70 + 30 = 100\Omega$$



Il circuito semplificato è riportato qui accanto (in rosso sempre le parti "nuove" dovute alle semplificazioni).

Adesso osservo che le due resistenze R_{S2} ed R_{S3} sono collegate direttamente tra gli stessi nodi e quindi sono in parallelo tra loro; calcolo pertanto la resistenza R_{P3}:

$$R_{P3} = \frac{R_{S2} \cdot R_{S3}}{R_{S2} + R_{S3}} = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} = 75\Omega$$



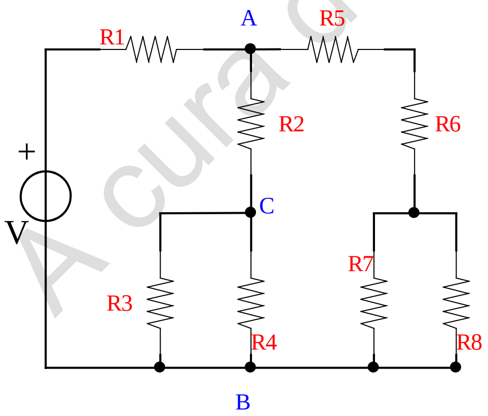
Il circuito arriva alla massima semplificazione, in cui sono presenti le sole resistenze R_1 ed R_{P3} che, non avendo più nodi tra loro, risultano collegate in serie (come riportato qui di lato); si calcola quindi la resistenza totale, R_{tot}:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P3} = 50 + 75 = 125\Omega\,;$$

A questo punto attraverso la formula inversa della legge di Ohm, si calcola il valore della corrente totale:

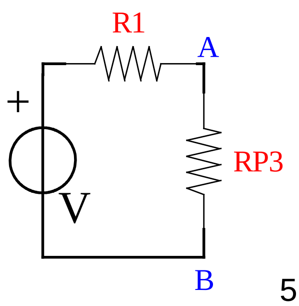
$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{300}{125} = 2{,}4A$$

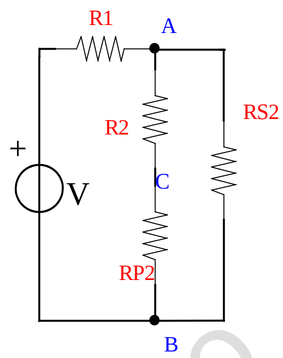
Per calcolare la tensione sulla resistenza R_4 riconsideriamo per un attimo il circuito originale, nominando i nodi per chiarezza di spiegazione.



La resistenza R_4, sulla quale c'è la tensione richiesta è collegata tra i nodi A e C. Per sapere che tensione c'è tra A e C devo prima calcolare la tensione che c'è tra i nodi A e B. Per calcolare questa tensione, sfrutto il lavoro che ho già fatto per calcolare la resistenza totale e la corrente totale. Adoperando, infatti, le formule del partitore resistivo, senza fare troppa fatica si riesce a trovare la risposta alla domanda posta dall'esercizio.

Osserviamo il circuito semplificato al massimo: si nota che la tensione tra A e B si può esprimere, con la formula del partitore di tensione, come:





$$V_{AB} = V \cdot \frac{R_{P3}}{R_1 + R_{P3}} = 300 \cdot \frac{75}{50+75} = 300 \cdot \frac{75}{125} = 180V$$

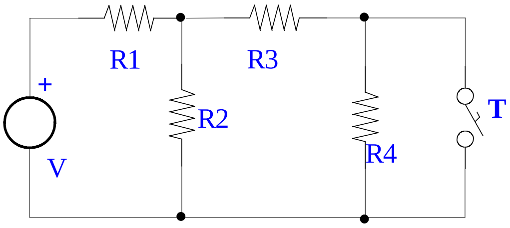
Avendo calcolato la tensione tra A e B, osservo che tra questi nodi è posta la serie delle resistenze R_2 ed R_{S3}. Posso quindi nuovamente applicare la formula del partitore resistivo di tensione, considerando questa volta il valore V_{AB} come il valore di tensione totale e vedere come questa si ripartisce sulle due resistenze R_2 ed R_{S3}.

Calcolo dunque V_{CB} che è la tensione richiesta ai capi della resistenza R_4 (che è "nascosta" nel parallelo R_{P2}):

$$V_{CB} = V_{AB} \cdot \frac{R_{P2}}{R_2 + R_{P2}} = 180 \cdot \frac{30}{70+30} = 180 \cdot \frac{30}{100} = 54V$$

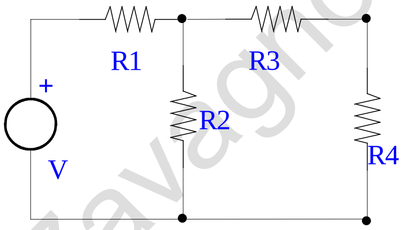
20.10. Esercizio 10 (circuito con un interruttore)

Dato il circuito di figura, calcolare la resistenza totale e la corrente totale a tasto T aperto e a tasto T chiuso, essendo: V=400V; R_1=30Ω; R_2=70Ω; R_3=140Ω; R_4=60Ω



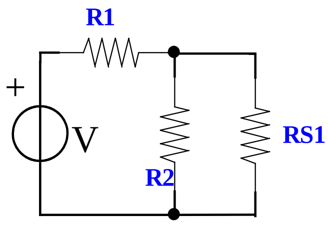
Soluzione a tasto APERTO

Se il tasto T è aperto, nell'ultimo ramo non passa corrente, quindi le resistenze R_3 ed R_4 sono in serie, ed il circuito è quello riportato qui accanto. Calcolo dunque la resistenza R_{S1}, serie di R_3 ed R_4:



$$R_{S1} = R_3 + R_4 = 140 + 60 = 200\Omega$$

A questo punto la resistenza R_2 viene a trovarsi in parallelo con la resistenza R_{S1} e posso quindi calcolare la resistenza R_{P1}, parallelo di R_2 ed R_{S1}:



$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_{S1}}{R_2 + R_{S1}} = \frac{70 \cdot 200}{70 + 200} = 51{,}85\Omega$$

Di lato è rappresentato il circuito parzialmente semplificato.

Infine calcolo la resistenza totale che è data dalla serie di R_{P1} ed R_1:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P1} = 30 + 51{,}85 = 81{,}85\Omega$$

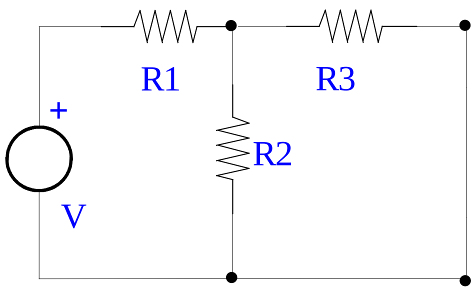
La corrente totale a tasto aperto si calcola con la legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{400}{81{,}85} = 4{,}89A$$

Soluzione a tasto CHIUSO

Chiudendo il tasto, la resistenza R_4 viene a trovarsi in parallelo ad un cortocircuito e quindi è come se non ci fosse (ricorda: la corrente sceglie sempre la strada a resistenza minore e un cavo ha pochissima resistenza, mentre R_4 nel caso in esame è più alta).

Il circuito è quindi quello disegnato qui accanto.



Nel circuito in esame, dunque, le resistenze R_2 ed R_3 sono collegate in parallelo, poiché collegate agli stessi nodi; posso quindi calcolare il loro parallelo R_{P1}:

$$R_{P1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{70 \cdot 140}{70 + 140} = 46{,}67\Omega$$

La resistenza totale sarà la serie di R_1 e di R_{P1} e pertanto si calcola come:

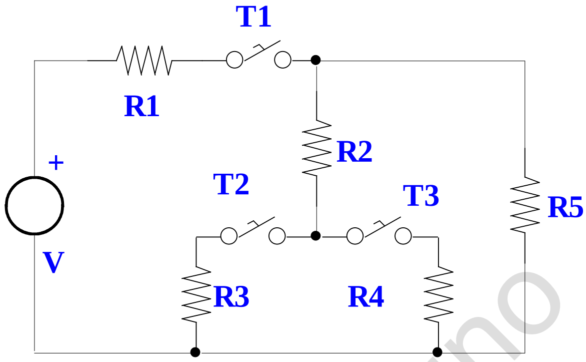
$$R_{tot} = R_1 + R_{P1} = 30 + 46{,}67 = 76{,}67\Omega$$

La corrente totale in questo caso sarà pertanto:

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{400}{76{,}67} = 5{,}22A$$

20.11. Esercizio 11 (circuito con più interruttori)

Dato il circuito di figura, determinare il valore della resistenza totale e della corrente totale per ogni posizione possibile degli interruttori.



Soluzione

Prima di lanciarci a fare calcoli, pensiamo a quante combinazioni sono possibili. Ogni interruttore ha due possibili posizioni: A (aperto) e C (chiuso); abbiamo tre interruttori con due possibili posizioni ciascuno. Il numero di casi possibili è dato da una potenza che ha per base il numero di posizioni (2) e per esponente il numero di interruttori (3); in totale quindi abbiamo 2^3=8 possibili combinazioni.

Prima di pensare che dobbiamo analizzare tutti gli otto casi uno per uno, costruiamo una tabella in cui riportare gli otto casi possibili:

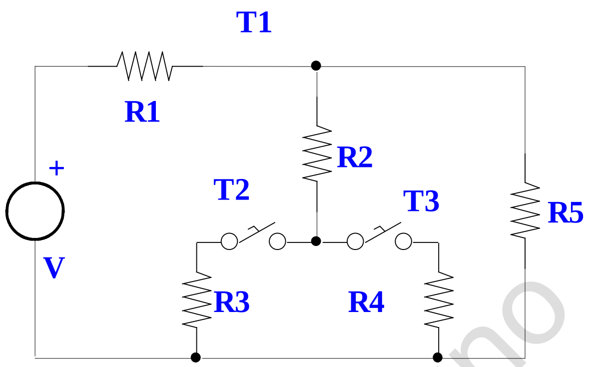
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
Tasto T3	A	C	A	C	A	C	A	C
Tasto T2	A	A	C	C	A	A	C	C
Tasto T1	A	A	A	A	C	C	C	C
R_{tot}								
I_{tot}								

In questa tabella riporteremo i valori di resistenza e di corrente per le diverse possibili combinazioni. Degli otto casi possibili, molti sono estremamente simili. Infatti, se il tasto T1 è aperto, (condizione T1 A, casi da 1 a 4), in tutto il circuito non passa corrente, perché non c'è un percorso chiuso.

Non passando corrente si può dire che la resistenza totale ha un valore infinito, quindi posso iniziare a compilare la tabella come segue:

<table>
<tr><td>Caso</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Tasto T3</td><td>A</td><td>C</td><td>A</td><td>C</td><td>A</td><td>C</td><td>A</td><td>C</td></tr>
<tr><td>Tasto T2</td><td>A</td><td>A</td><td>C</td><td>C</td><td>A</td><td>A</td><td>C</td><td>C</td></tr>
<tr><td>Tasto T1</td><td>A</td><td>A</td><td>A</td><td>A</td><td>C</td><td>C</td><td>C</td><td>C</td></tr>
<tr><td>R_{tot}</td><td colspan="4">∞</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>I_{tot}</td><td colspan="4">0</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

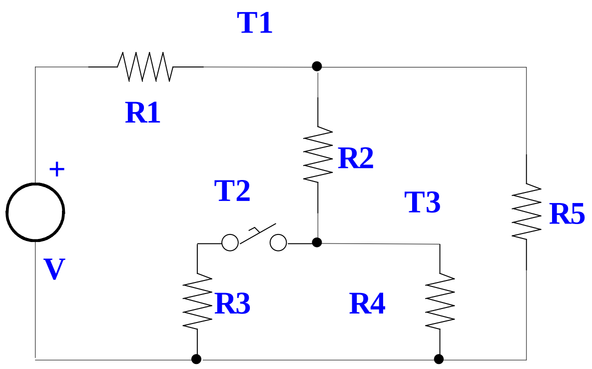
A questo punto possiamo passare ad analizzare il caso 5, in cui i tasti T2 e T3 sono aperti e T1 è chiuso. Il circuito è quello rappresentato a lato. Le resistenza R_3 ed R_4 risultano scollegate (i rispettivi tasti sono aperti) e quindi non percorse da corrente; anche R_2 risulta quindi "appesa"; l'unico percorso chiuso è quello che comprende il generatore e le resistenze R_1 ed R_5 che risultano collegate in serie. Quindi, in modo quasi immediato, si avrà che $R_{tot} = R_1 + R_5$ e



che $I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_5}$. Inseriamo questi nuovi dati nella tabella:

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
Tasto T3	A	C	A	C	A	C	A	C
Tasto T2	A	A	C	C	A	A	C	C
Tasto T1	A	A	A	A	C	C	C	C
R_{tot}	∞				$R_{tot} = R_1 + R_5$			
I_{tot}	0				$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_5}$			

Analizzando ora il caso successivo (caso 6, in cui i tasti T_1 e T_3 sono chiusi e il tasto T_2 aperto), il circuito elettrico da studiare si presenta come quello rappresentato qui a lato. Osservando il circuito si nota che tra le resistenze R_2 ed R_4 non ci sono nodi (la resistenza R_3 rimane "appesa") e quindi sono collegate in serie tra loro; la loro serie è collegata in parallelo alla resistenza R_5. Questo parallelo sarà in serie alla resistenza R_1. Indichiamo allora con il nome di R_{S1} la resistenza serie tra R_2 ed R_4 che si calcola con la formula della serie:



$$R_{S1} = R_2 + R_4;$$

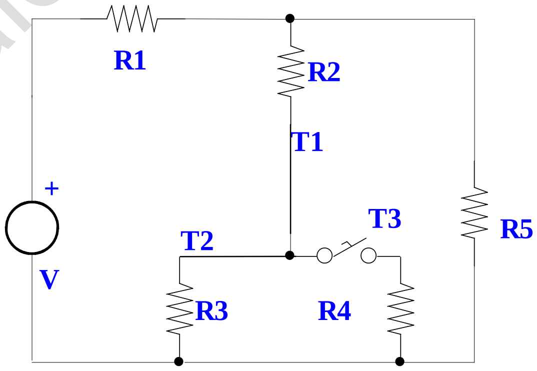
Indicheremo allora con il nome di R_{P1} la resistenza parallelo tra R_{S1} e R_5 che si calcola come:

$R_{P1} = \frac{R_{S1} \cdot R_5}{R_{S1} + R_5}$ ed infine la resistenza totale si calcola come: $R_{tot} = R_1 + R_{P1}$ e la corrente totale sarà: $I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$

Inserendo i nuovi dati nella tabella si avrà:

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
Tasto T3	A	C	A	C	A	C	A	C
Tasto T2	A	A	C	C	A	A	C	C
Tasto T1	A	A	A	A	C	C	C	C
R_{tot}	∞				$R_{tot} = R_1 + R_5$	$R_{tot} = R_1 + R_{P1}$		
I_{tot}	0				$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_5}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$		

Passiamo ad analizzare il prossimo caso (caso 7), che è speculare al caso ora trattato. Il circuito è quello rappresentato qui di lato. In questo caso vengono a trovarsi in serie le resistenze R_2 ed R_3; calcolo quindi la prima serie R_{S1}: $R_{S1} = R_2 + R_3$.



La resistenza ora calcolata è collegata in parallelo con la resistenza R_5; calcolo quindi questo parallelo:

$$R_{P1} = \frac{R_{S1} \cdot R_5}{R_{S1} + R_5}.$$

La resistenza totale, a questo punto, si calcola con la serie tra R_1 ed R_{P1}:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P1}.$$

Il valore della corrente a questo punto si calcola come:

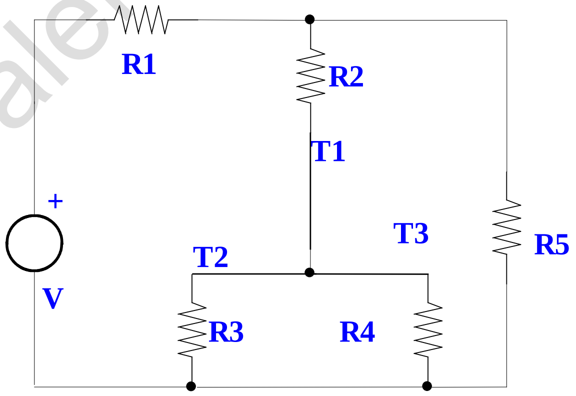
$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}.$$

Inserendo i nuovi dati nella tabella si avrà:

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
Tasto T3	A	C	A	C	A	C	A	C
Tasto T2	A	A	C	C	A	A	C	C
Tasto T1	A	A	A	A	C	C	C	C
R_{tot}	∞				$R_{tot} = R_1 + R_5$	$R_{tot} = R_1 + R_{P1}$	$R_{tot} = R_1 + R_{P1}$	
I_{tot}	0				$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_5}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$	

Affrontiamo adesso l'ultimo caso (caso 8) in cui tutti gli interruttori sono chiusi.

Il circuito è rappresentato qui di lato, e come si può notare osservandolo, le resistenze R_3 ed R_4 sono collegate in parallelo tra loro; calcolo allora questo parallelo:



$$R_{P1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}.$$

La resistenza ora calcolata è in serie con R_2; calcolo allora questa serie:

$$R_{S1} = R_2 + R_{P1}.$$

La resistenza RS1 è collegata in parallelo alla resistenza R5; calcolo allora questo parallelo:

$$R_{P2} = \frac{R_{P1} \cdot R_5}{R_{P1} + R_5}.$$

La resistenza totale è data dalla serie di R_1 con R_{P2}:

$$R_{tot} = R_1 + R_{P2}$$

e la corrente totale è data dalla formula:

$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P2}}$$

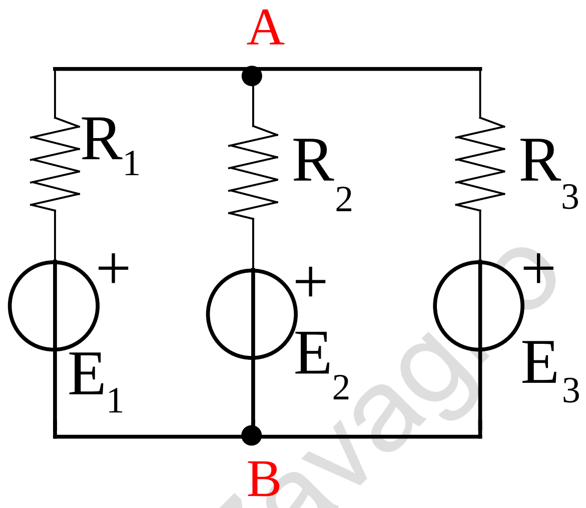
Inserendo i nuovi dati nella tabella si avrà:

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8
Tasto T3	A	C	A	C	A	C	A	C
Tasto T2	A	A	C	C	A	A	C	C
Tasto T1	A	A	A	A	C	C	C	C
R_{tot}	∞				$R_{tot} = R_1 + R_5$	$R_{tot} = R_1 + R_{P1}$	$R_{tot} = R_1 + R_{P1}$	$R_{tot} = R_1 + R_{P2}$
I_{tot}	0				$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_5}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P1}}$	$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{V_{tot}}{R_1 + R_{P2}}$

OSSERVAZIONE: non lasciamoci trarre in inganno dalle formule. La legge per trovare la corrente è quasi sempre espressa con la stessa formula, ma il significato della formula è “molto” diverso. I diversi circuiti studiati, ad eccezione dei casi uguali (i primi quattro), sono elettricamente “molto diversi” tra loro. Il fatto che una resistenza sia percorsa o non sia percorsa da corrente, è profondamente diverso. Chiamare una resistenza con il nome “R_{P1}” va bene, ma il suo significato elettrico è molto diverso a seconda di “quali sono” le resistenze che formano quel parallelo.

20.12. Esercizio 12 (principi di Kirchhoff)

Dato il circuito di figura, SCRIVERE le equazioni di Kirchhoff che lo rappresentano.



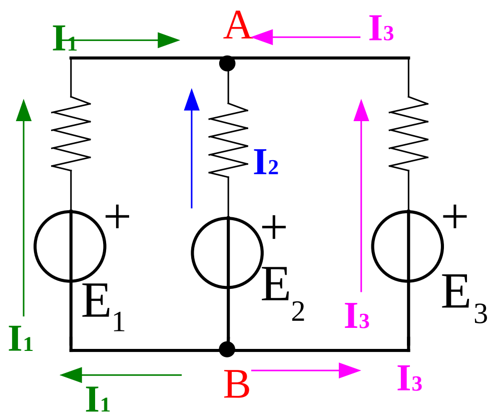
Soluzione

Prima di iniziare la soluzione vera e propria, facciamo una considerazione. Leggendo il testo del "problema" notiamo che la richiesta è di SCRIVERE le equazioni di Kirchhoff, non di RISOLVERLE. Ci accontentiamo qui di impostare il sistema, perché non abbiamo ancora gli strumenti matematici per risolverlo.

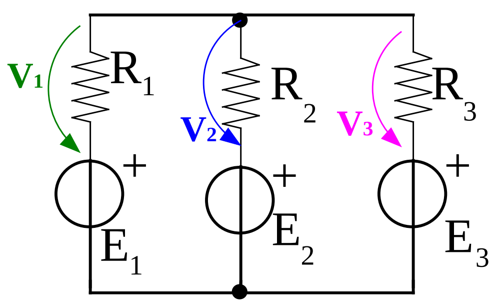
Iniziamo adesso la soluzione del nostro esercizio.

PASSO 1: conto quante equazioni devo scrivere. Il circuito presenta due nodi (A e B quindi N=2), e tre maglie (quindi M=3). Dovrò scrivere N-1 equazioni di nodi (cioè una sola equazione di nodo) e dovrò scrivere M-N+1 equazioni di maglia (cioè due equazioni di maglia). In totale quindi tre equazioni: una di nodo e due di maglia.

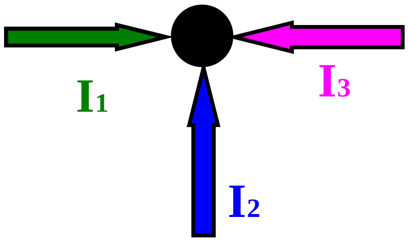
PASSO 2: considerando il verso dei generatori, fisso il verso delle correnti che scorrono nel circuito (per comodità di soluzione lo scelgo nel verso del generatore, ma nulla vieta di fare al contrario). Le correnti sono indicate nel circuito a lato, con un colore diverso per ogni ramo.



PASSO 3: una volta fissati i versi delle correnti, fisso i versi delle tensioni sulle resistenze (ricordando che avranno sempre verso opposto a quello della corrente). Le tensioni sono indicate nel circuito a lato, con lo stesso colore delle correnti che le creano.

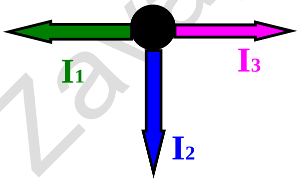


PASSO 4: scelgo un nodo (A oppure B, è indifferente) per scrivere l'equazione di nodo tenendo presenti i versi che ho scelto per le correnti. Ricordo che (per convenzione) si prendono positive le correnti che entrano e negative quelle che escono. Scegliendo il nodo A, l'equazione diventa (osserva la figura a lato…): $I_1 + I_2 + I_3 = 0$



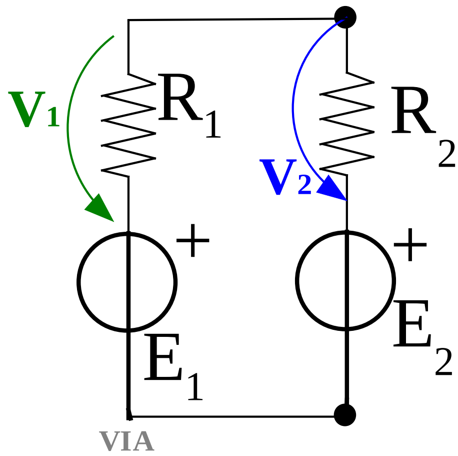
Non deve spaventare il fatto che in questo nodo le correnti entrino tutte e che non ne escano. E' una scelta che ho fatto io seguendo i versi dei generatori. Nella realtà (ed in accordo con principio di Kirchhoff) almeno una delle correnti uscirà dal nodo (risolvendo il sistema di equazioni, si otterrà un risultato negativo).

Se avessimo scelto il nodo B, la situazione sarebbe stata speculare (tutte le correnti che sarebbero uscite, vedi figura a lato); l'equazione sarebbe stata: $-I_1 - I_2 - I_3 = 0$



Anche in questo caso risolvendo il sistema avremmo trovato una soluzione (almeno) con segno negativo). Il segno negativo sta a signifiare che il verso scelto è contrario a quello "vero".

PASSO 4: scelgo la prima maglia per scrivere la prima equazione di maglia. Supponiamo di scegliere la maglia rappresentata a lato.



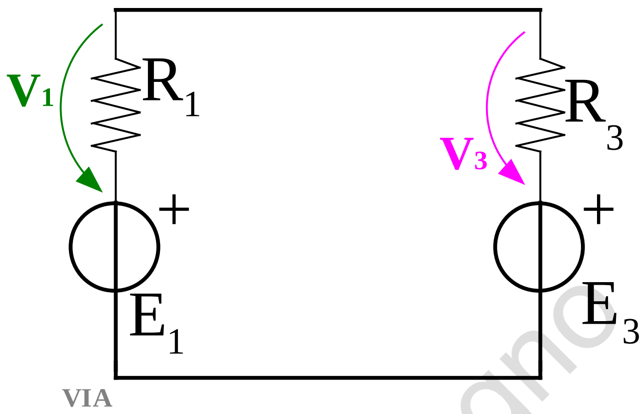
Supponiamo di percorrere la maglia in senso orario e di partire dal punto contraddistinto dalla sigla "via". Dal "via", se mi sposto in senso orario, come prima cosa incontro il generatore E_1, la cui tensione punta verso l'alto, cioè nella direzione in cui mi sto muovendo; il suo verso è quindi concorde col verso di percorrenza e pertanto prendo la tensione di E_1 con segno positivo:$+E_1$.

Procedendo sempre in senso orario trovo la tensione V_1 sulla resistenza R_1; questa punta verso il basso, è discorde con il verso di percorrenza (che sale verso l'alto) e dunque la prenderò con segno negativo: $-V_1$ (meglio se scrivo la sua espressione con la legge di Ohm: $-R_1 \cdot I_1$). Procedendo ancora in senso orario incontro la tensione V_2 sulla resistenza R_2; punta verso il basso, ma adesso anche il verso di percorrenza punta in giù, quindi essendo i due versi concordi, la tensione V_2 è presa con segno positivo: $+V_2$ (meglio se scrivo la sua espressione con la legge di Ohm: $+R_2 \cdot I_2$). Infine incontro la tensione del generatore E_2 che, essendo discorde col verso di percorrenza, sarà presa con segno negativo: $-E_2$.

La prima equazione di maglia completa è quindi la seguente:

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - E_2 = 0.$$

PASSO 4: scelgo la seconda maglia per scrivere la seconda equazione di maglia necessaria. Per comodità e convenienza, scelgo la maglia più grande (quella che comprende i generatori E_1 ed E_3) perché parte dell'equazione l'ho già scritta (il ramo con E_1 ed R_1). La maglia è quella rappresentata qui a lato, e nuovamente la percorro in senso orario partendo dal "via".



La parte che ho già visto (cioè il ramo di sinistra, è così già fatto: $E_1 - R_1 \cdot I_1$; .

Ho già percorso, quindi il generatore E_1 e la resistenza R_1; devo ora attraversare la resistenza R_3, la cui tensione punta verso il basso come il verso di percorrenza; tale tensione verrà quindi presa con segno positivo: $+V_3$ (meglio se scrivo la sua espressione con la legge di Ohm: $+R_3 \cdot I_3$). Infine devo attraversare il generatore E_3, al cui tensione punta in senso contrario a quello di percorrenza e quindi andrà presa con segno negativo: $-E_3$. In conclusione, l'equazione completa risulta essere: $E_1 - R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 - E_3 = 0$

Il sistema completo delle tre equazioni nelle tre incognite I_1, I_2, I_3, quindi è il seguente:

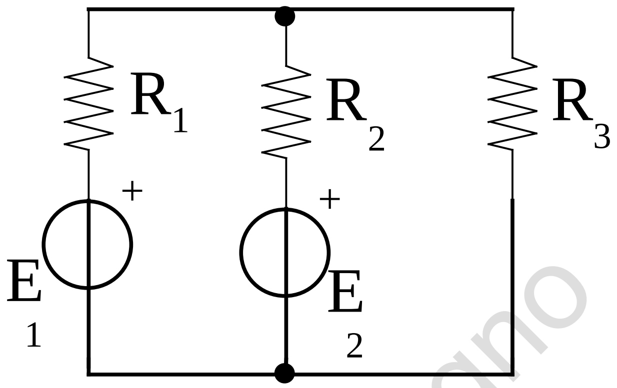
$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ E_1 - R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - E_2 = 0 \\ E_1 - R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 - E_3 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema (ma come già detto non abbiamo ancora gli strumenti matematici per farlo) si troveranno i valori e i versi "veri" delle tre correnti nei tre rami del circuito, e di conseguenza valori e versi "veri" delle tensioni sulle resistenze.

20.13. Esercizio 13 (principio di sovrapposizione degli effetti)

Dato il circuito di figura, determinare il valore delle correnti I_1, I_2 e I_3, che attraversano i tre rami del circuito, essendo:

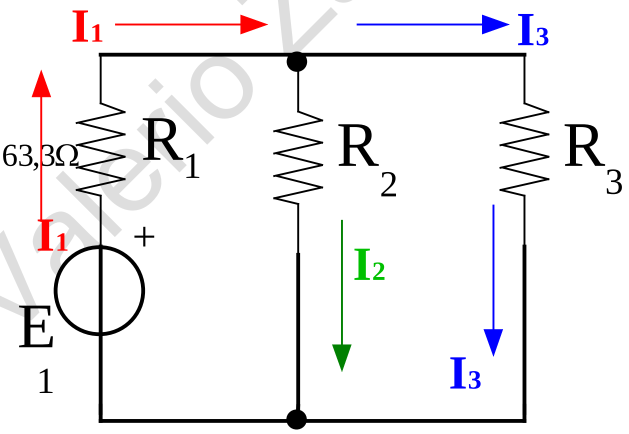
E_1=300V; E_2=50V; R1=30Ω; R_2=100Ω; R_3=50Ω.



Soluzione

Inizio con il considerare attivo il solo generatore E_1, considerando E_2 come se fosse cortocircuitato. Il circuito, pertanto risulta quello riportato qui sotto, in cui le resistenze R_2 ed R_3 risultano collegate in parallelo; il loro parallelo è poi collegato in serie con R_1. Il valore della resistenza totale è quindi:

$$R_{tot} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 30 + \frac{100 \cdot 50}{100 + 50} = 30 + \frac{5000}{150} = 63{,}3\Omega$$



Una volta calcolata la resistenza totale, calcolo la corrente totale (che è quella che attraversa la resistenza R_1), usando la solita formula: $I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{300}{63{,}3} = 4{,}74A$

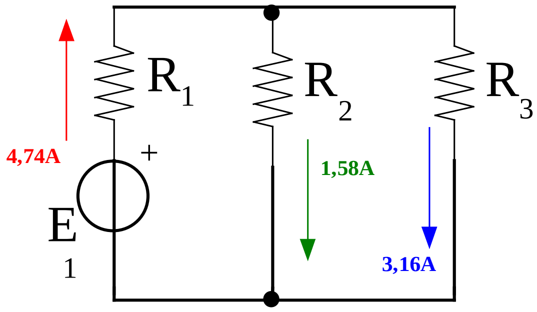
Per calcolare i valori delle correnti I_2 e I_3 negli altri due rami, applico la formula del partitore per trovare la tensione cui sono sottoposte le resistenze R_2 ed R_3:

$$V = R_p \cdot \frac{E_1}{R_1 + R_p} = 33{,}3 \cdot \frac{300}{63{,}3} = 157{,}89V$$

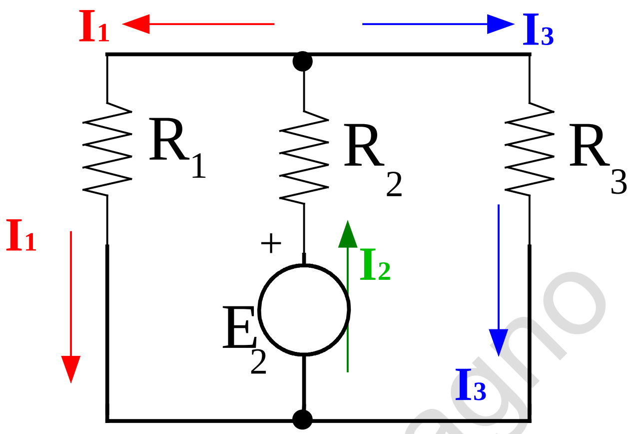
Ricavo quindi le due correnti come:

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{157{,}89}{100} = 1{,}58A \qquad \text{e} \qquad I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{157{,}89}{50} = 3{,}16A$$

Con il solo E_1 la situazione è questa:



Considero ora solo E_2, pensando E_1 come se fosse cortocircuitato. Il circuito è quello rappresentato qui a lato. In questo caso a trovarsi in parallelo sono le resistenze R_1 ed R_3; il loro parallelo è in serie con R_2; calcolo allora la resistenza totale come:



$$R_{tot} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 100 + \frac{30 \cdot 50}{30 + 50} = 118{,}75\Omega$$

A questo punto calcolo la corrente totale (che è anche quella che attraversa R_2) come:

$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{50}{118{,}75} = 0{,}42A$$

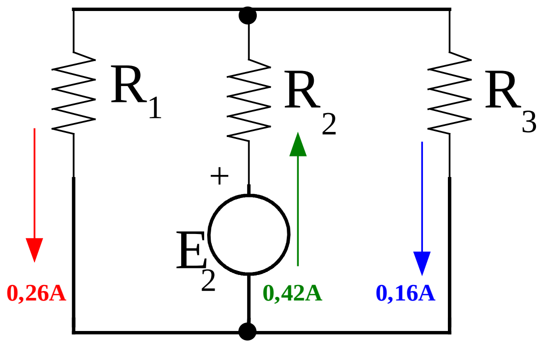
Calcolo adesso le altre due correnti negli altri due rami andando a vedere quale tensione c'è sulle resistenze mediante la formula del partitore (come fatto in precedenza):

$$V = R_p \cdot \frac{E_2}{R_2 + R_p} = 18{,}75 \cdot \frac{50}{118{,}75} = 7{,}89V$$

Da cui ricavo le due correnti:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{7{,}89}{30} = 0{,}26A \qquad \text{e} \qquad I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{7{,}89}{50} = 0{,}16A$$

Con il solo E_2 la situazione è questa:

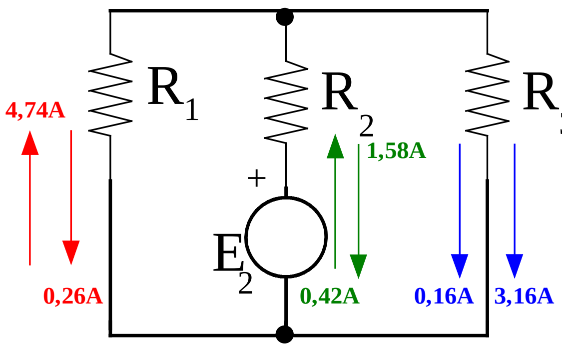


Sovrapponendo gli effetti si ha:

$$I_1 = 4{,}74 - 0{,}26 = 4{,}48A(\uparrow);$$

$$I_2 = 1{,}58 - 0{,}42 = 1{,}16A(\downarrow)$$

$$I_3 = 3{,}16 + 0{,}16 = 3{,}32A(\downarrow)$$



20.14. Esercizio 14 (effetto Joule)

Una stufetta elettrica assorbe una corrente di 5A. Sapendo che la potenza elettrica della stufetta è di 2KW, determina il valore della sua resistenza.

Soluzione

La potenza elettrica assorbita da un utilizzatore (nell'esercizio la stufetta) si calcola con la formula: $P = V \cdot I$. Un altro modo per calcolare la stessa potenza è quello di sostituire alla tensione V (che non è un dato fornito nel testo), la sua espressione secondo la legge di Ohm $V = R \cdot I$. In questo modo otteniamo:

$$P = V \cdot I \qquad\qquad P = \boxed{R \cdot I} \cdot I$$

$$\longrightarrow \boxed{V = R \cdot I} \longrightarrow$$

Quindi si ricava la formula: $P = R \cdot I^2$. Tale espressione è quella della potenza dissipata in calore per effetto Joule. Applicando la formula inversa, si ricava il valore di R:

$$P = R \cdot I^2 \rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{2KW}{(5A)^2} = \frac{2000W}{25A^2} = 80\Omega$$

20.15. Esercizio 15 (seconda legge di Ohm)

Si deve sostituire un conduttore in rame lungo 100m e di sezione 1,5mm^2 con uno di alluminio, della stessa lunghezza, che offra la stessa resistenza. Sapendo che la resistività ρ dell'alluminio è 0,029$\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$, determina la sua sezione.

Soluzione

Se i due conduttori devono presentare la stessa resistenza, allora sarà:

$$R_{rame} = \rho_{rame} \cdot \frac{l}{S} = 0{,}0171 \cdot \frac{100}{1{,}5} = 1{,}14\Omega \rightarrow R_{alluminio} = 1{,}14\Omega$$

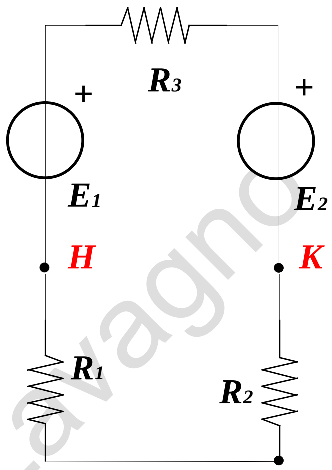
Se R=1,14Ω, allora con la formula inversa:

$$S_{alluminio} = \rho_{alluminio} \cdot \frac{l}{R} = 0{,}029 \cdot \frac{100}{1{,}14} = 2{,}54mm^2$$

21. Eserciziario (senza soluzione)

21.1. Esercizio 1

Per il circuito riportato a lato, calcolare la corrente (valore e verso) e poi la d.d.p. tra i punti H e K, essendo E_1=20V; E_2=60V; R_1=0,2Ω; R_2=0,3Ω; R_3=19,5Ω

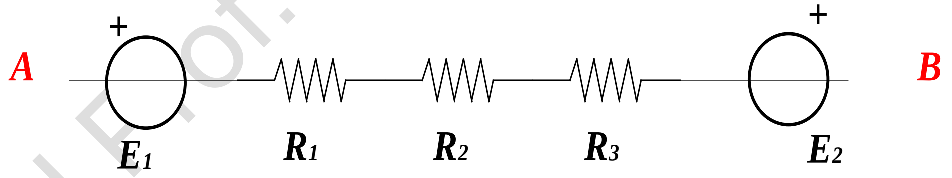


Soluzione

I=2A; V_{HK}=1V

21.2. Esercizio 2

Dato il ramo di circuito rappresentato a lato, sapendo che la tensione tra A e B vale 200V (con il polo positivo verso A), determinare il valore e il verso della corrente che scorre tra A e B essendo: E_1=240V; E_2=20V; R_1=3Ω; R_2=16Ω; R_3=1Ω

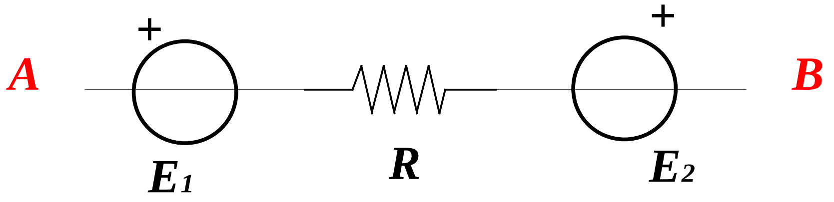


Soluzione

1° da B verso A

21.3. Esercizio 3

Calcola la tensione tra A e B sapendo che la corrente ha il verso che va da B ad A e vale 2 A, E_1=60V, E_2=80V, R=6Ω.

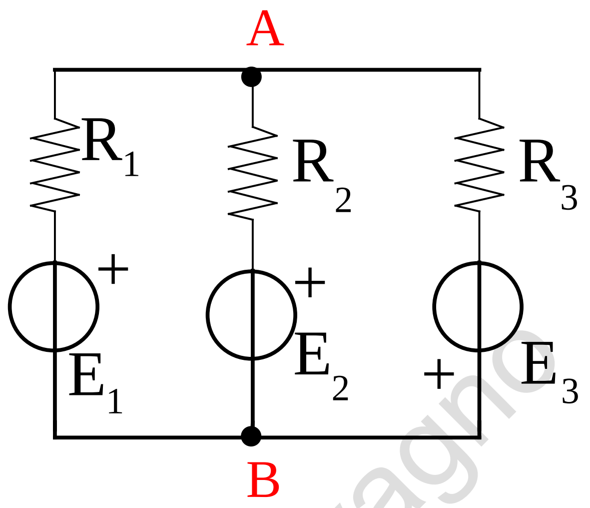


Soluzione

V_{AB}=-32V

21.4. Esercizio 4

Determina valore e verso delle correnti che circolano nella rete elettrica qui accanto nella quale i valori sono: E_1=100V; E_2=60V; E_3=20V; R_1=2Ω; R_2=10Ω; R_3=4Ω

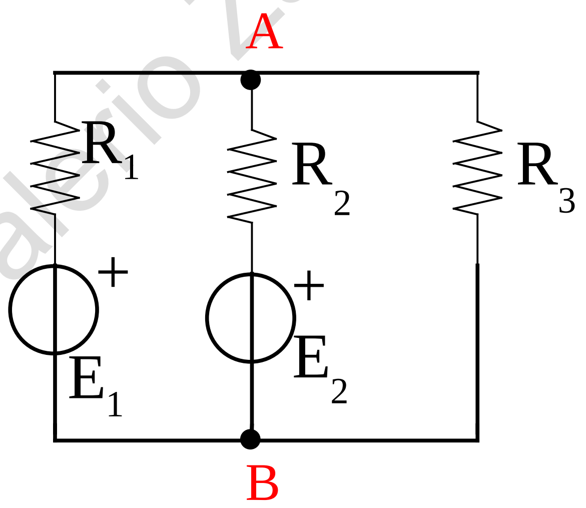


Soluzione

I_1=20A a salire; I_2=0; I_3=20A a scendere

21.5. Esercizio 5

Calcolare le correnti (valore e verso) erogati dai generatori del circuito di figura, essendo: E_1=100V; E_2=100V; R_1=1Ω; R_2=2Ω; R_3=40Ω

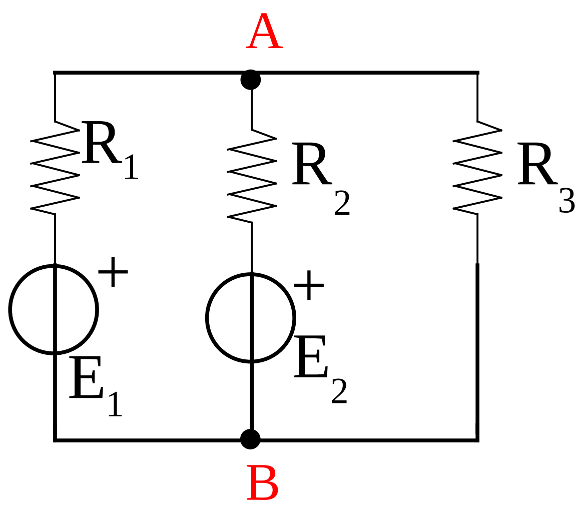


Soluzione

I_1=1,64A a salire; I_2=0,82A a salire; I_3=2,46A a scendere

21.6. Esercizio 6

Scrivere per il circuito di figura, le equazioni di Kirchhoff, essendo: E_1=9V; E_2=6V; R_1=2Ω; R_2=2Ω; R_3=2Ω

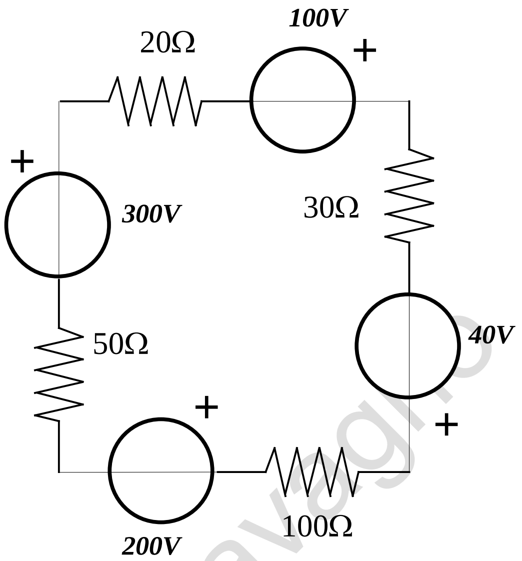


21.7. Esercizio 7

Risolvere l'esercizio 5 applicando il P.S.E.

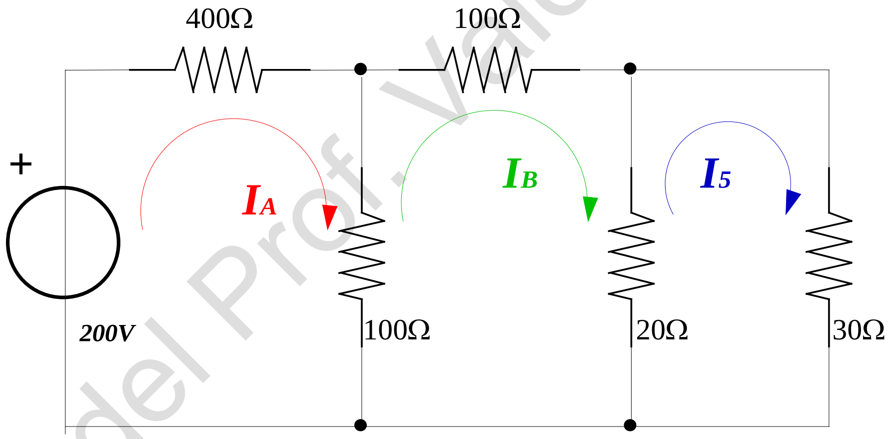
21.8. Esercizio 8

Disegnare l'andamento del potenziale elettrico, per il circuito di figura, nel percorrere la maglia per intero in senso orario.



21.9. Esercizio 9

Usando il P.S.E. determina il valore delle correnti del circuito riportato in figura.

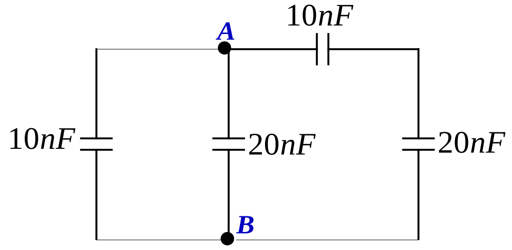


Soluzione

I_A=0,5 A; I_B=0,5 A; I_5=3 A

21.10. Esercizio 10

Calcolare il valore della capacità totale tra i punti A e B della maglia di condensatori riportata qui accanto

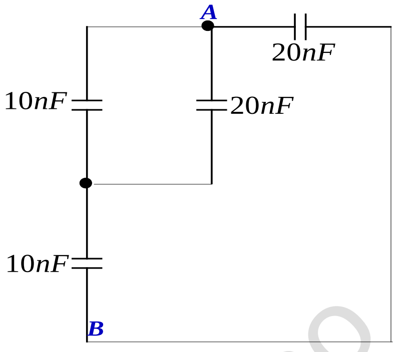


Soluzione

C_{AB}=36,66nF (nF=nano farad, nano=10^{-9})

21.11. Esercizio 11

Calcolare il valore della capacità totale tra i punti A e B della maglia di condensatori riportata qui accanto



Soluzione

C_{AB}=27,5nF (nF=nano farad, nano=10^{-9})

21.12. Esercizio 12

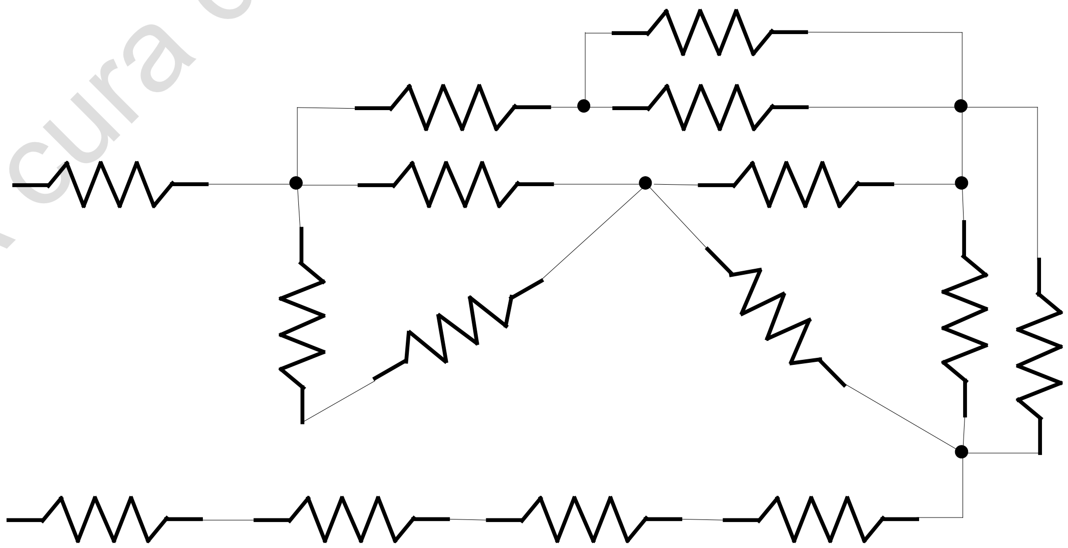
Calcola il valore della costante dielettrica Ɛ in un condensatore ci capacità C=100µF (µ=10^{-6}) le cui armature hanno una superficie S di 200mm^2 e sono separate da una distanza d=2mm

Soluzione

Applicando la formula $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ e sostituendo i dati…

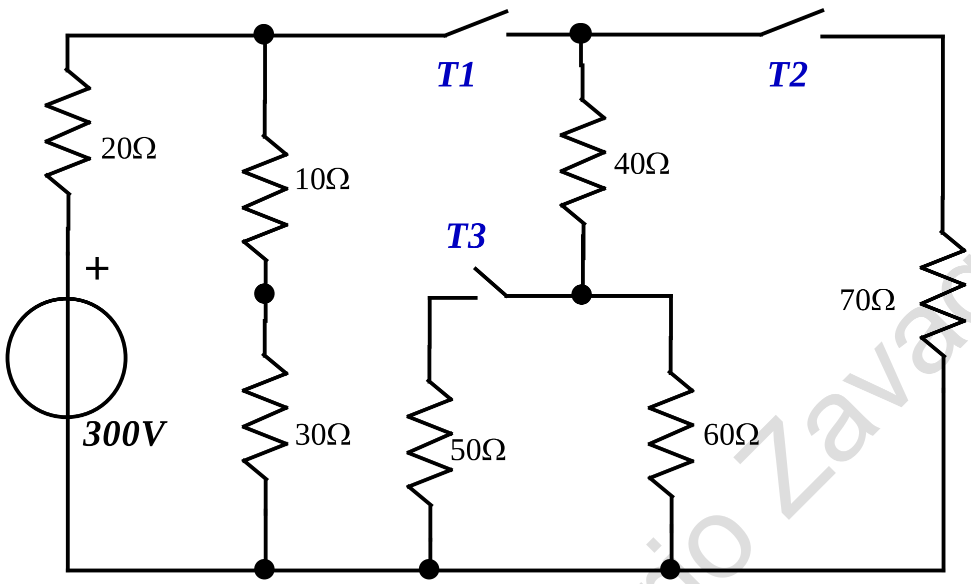
21.13. Esercizio 13

Per la rete elettrica riportata in figura, determinare l valore della resistenza totale vista dai morsetti aperti (scegli il nome delle resistenze ed eventualmente il loro valore)



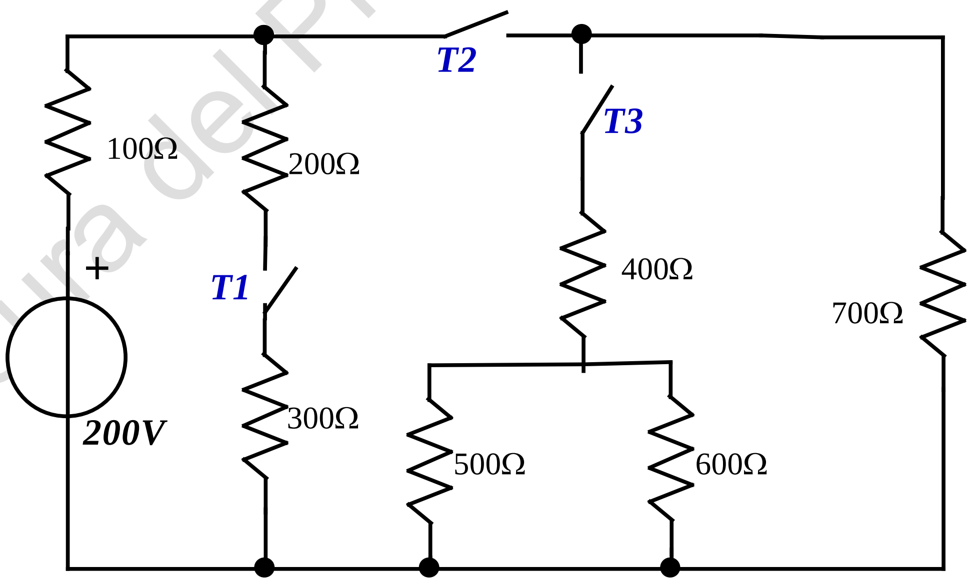
21.14. Esercizio 14

Calcolare, per tutte le possibili combinazioni, il valore della resistenza totale e della corrente totale erogata dal generatore della rete elettrica riportata a lato.



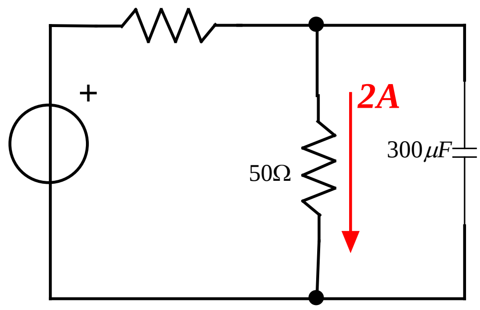
21.15. Esercizio 15

Calcolare, per tutte le possibili combinazioni, il valore della resistenza totale e della corrente totale erogata dal generatore della rete elettrica riportata a lato.



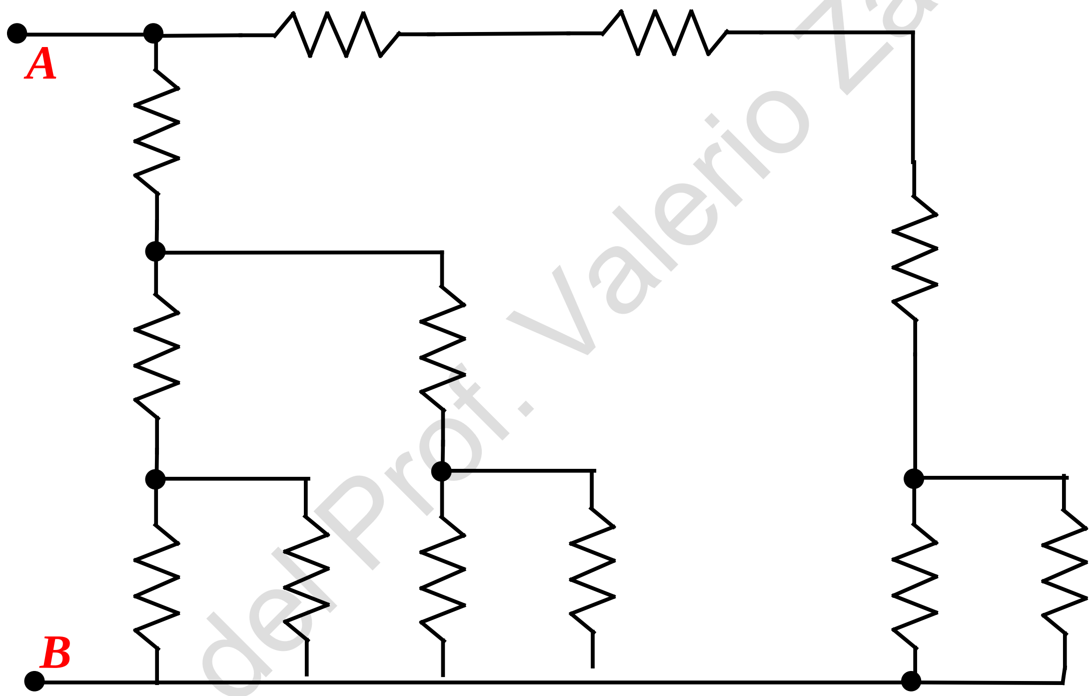
21.16. Esercizio 16

Nella rete elettrica riportata accanto, si sa che la corrente che attraversa le resistenza R_2 (quella da 50Ω) vale 2 A; si chiede di calcolare la quantità di carica Q accumulata nel condensatore quando questo è completamente carico.



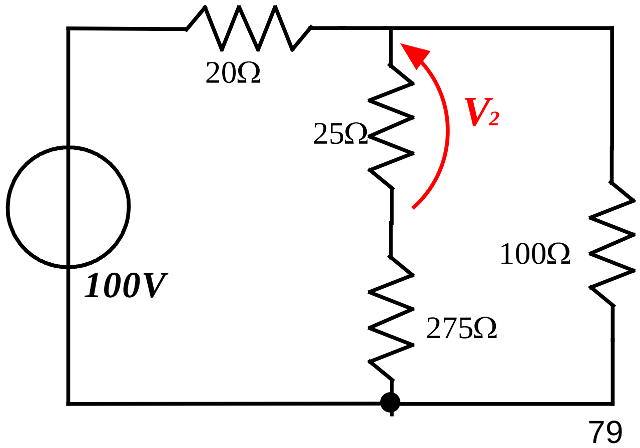
21.17. Esercizio 17

Per il circuito elettrico riportato in figura, determinare il valore della resistenza totale vista tra i punti A e B



21.18. Esercizio 18

Per il circuito di figura, calcolare i valori di resistenza e corrente totali e calcolare il valore della tensione V_2 ai capi della resistenza R_2 da 25Ω.



21.19. Esercizio 19

Calcolare a quale distanza devono essere poste le armature di un condensatore che presenta una capacità di 500µF, sapendo che la superficie delle stesse è di 300mm^2 e che la costante dielettrica dell'isolante che le separa vale 2,2.

21.20. Esercizio 20

Calcolare quale deve essere la superficie delle armature di un condensatore che ha come dielettrico olio minerale (Ɛ=2,2), sapendo che la distanza che separa le armature è di 1,5mm e che la sua capacità è di 25µF.

22. Allegato 1: tabelle di resistività e caratteristiche elettriche dei materiali più comuni.

Valori di resistività/metro dei principali conduttori				
Materiali conduttori	**Temperatura di riferimento 0 °C**		**Temperatura di riferimento 20 °C**	
	Resistività elettrica r0	**Coefficiente di temperatura a0**	**Resistività elettrica r20**	**Coefficiente di temperatura a20**
Argento	0,015	0,0038	0,0161	0,00353
Rame ricotto	0,016	0,0039	0,0172	0,00362
Oro	0,023	0,0036	0,0247	0,00336
Alluminio	0,0265	0,004	0,0286	0,00370
Tungsteno	0,05	0,0042	0,0542	0,00387
Bronzo fosforoso	0,07	0,0039	0,0755	0,00362
Platino	0,1	0,0036	0,1072	0,00336
Ferro dolce	0,13	0,0048	0,1425	0,00438
Piombo	0,2	0,0042	0,2168	0,00387

Caratteristiche fisiche dei conduttori								
Sezione nominale	**Diametro indicativo conduttore**	**Spessore medio Isolante**	**Diametro esterno massimo**	**Peso indicativo**	**Valori di resistenza/metro in funzione della sezione del cavo alle diverse temperature ambiente**			
mmq	**mm**	**mm**	**mm**	**g/m**	**0 °C**	**25 °C**	**75 °C**	**75 °C 10m**
1	1,3	0,7	3,2	14	0,016000	0,017560	0,020680	0,206800
1,5	1,5	0,7	3,5	19	0,010667	0,010667	0,013787	0,137867
2,5	1,9	0,8	4,2	30	0,006400	0,007024	0,008272	0,082720
4	2,5	0,8	4,8	45	0,004000	0,004390	0,005170	0,051700
6	3	0,8	6,3	63	0,002667	0,002927	0,003447	0,034467
10	3,9	1	7,6	100	0,001600	0,001600	0,002068	0,020680
16	5	1	8,8	159	0,001000	0,001098	0,001293	0,012925
25	6,6	1,2	11	255	0,000640	0,000702	0,000827	0,008272
35	7,7	1,2	12,5	345	0,000457	0,000502	0,000591	0,005909
50	9,4	1,4	14,5	490	0,000320	0,000351	0,000414	0,004136
70	11	1,4	17	680	0,000229	0,000251	0,000295	0,002954
95	12,5	1,6	19	895	0,000168	0,000185	0,000218	0,002177
120	15,5	1,6	21	1200	0,000133	0,000146	0,000172	0,001723
150	16,5	1,8	23,5	1400	0,000107	0,000117	0,000138	0,001379

Caduta di tensione e potenza perduta alle correnti di riferimento								
Sezione nominale mmq	**2 A**		**5 A**		**10 A**		**20 A**	
	V	**W**	**V**	**W**	**V**	**W**	**V**	**W**
1	0,0351	0,1756	0,0878	0,4390	0,1756	1,7560	0,3512	7,0240
1,5	0,0234	0,1171	0,0585	0,2927	0,1171	1,1707	0,2341	4,6827
2,5	0,0140	0,0702	0,0351	0,1756	0,0702	0,7024	0,1405	2,8096
4	0,0088	0,0439	0,0220	0,1098	0,0439	0,4390	0,0878	1,7560
6	0,0059	0,0293	0,0146	0,0732	0,0293	0,2927	0,0585	1,1707
10	0,0035	0,0176	0,0088	0,0439	0,0176	0,1756	0,0351	0,7024
16	0,0022	0,0110	0,0055	0,0274	0,0110	0,1098	0,0220	0,4390
25	0,0014	0,0070	0,0035	0,0176	0,0070	0,0702	0,0140	0,2810
35	0,0010	0,0050	0,0025	0,0125	0,0050	0,0502	0,0100	0,2007
50	0,0007	0,0035	0,0018	0,0088	0,0035	0,0351	0,0070	0,1405
70	0,0005	0,0025	0,0013	0,0063	0,0025	0,0251	0,0050	0,1003
95	0,0004	0,0018	0,0009	0,0046	0,0018	0,0185	0,0037	0,0739
120	0,0003	0,0015	0,0007	0,0037	0,0015	0,0146	0,0029	0,0585
150	0,0002	0,0012	0,0006	0,0029	0,0012	0,0117	0,0023	0,0468

Incremento della temperatura del cavo alle varie correnti costanti nel tempo di 1 minuto e 1 ora a temperatura ambiente di 25 °C								
Sezione nominale mmq	**2 A**		**5 A**		**10 A**		**20 A**	
	1 min	**1 h**	**1 min**	**1 h**	**1 min**	**1 h**	**1 min**	**1 h**
1	0,014976	0,898560	0,093600	5,616000	0,374400	22,464000	1,497600	89,856000
1,5	0,009984	0,599040	0,062400	3,744000	0,249600	14,976000	0,998400	59,904000
2,5	0,005990	0,359424	0,037440	2,246400	0,149760	8,985600	0,599040	35,942400
4	0,003744	0,224640	0,023400	1,404000	0,093600	5,616000	0,374400	22,464000
6	0,002496	0,149760	0,015600	0,936000	0,062400	3,744000	0,249600	14,976000
10	0,001498	0,089856	0,009360	0,561600	0,037440	2,246400	0,149760	8,985600
16	0,000936	0,056160	0,005850	0,351000	0,023400	1,404000	0,093600	5,616000
25	0,000599	0,035942	0,003744	0,224640	0,014976	0,898560	0,059904	3,594240
35	0,000428	0,025673	0,002674	0,160457	0,010697	0,641829	0,042789	2,567314
50	0,000300	0,017971	0,001872	0,112320	0,007488	0,449280	0,029952	1,797120
70	0,000214	0,012837	0,001337	0,080229	0,005349	0,320914	0,021394	1,283657
95	0,000158	0,009459	0,000985	0,059116	0,003941	0,236463	0,015764	0,945853
120	0,000125	0,007488	0,000780	0,046800	0,003120	0,187200	0,012480	0,748800
150	0,000100	0,005990	0,000624	0,037440	0,002496	0,149760	0,009984	0,599040